

《數學大觀念》作者亞瑟·班傑明口碑推薦！

勝算

賭的科學
與
決策智慧



How Science and Math Are Taking the Luck Out of Gambling

THE PERFECT BET

Adam Kucharski

亞當·庫查斯基
甘錫安 譯 著

從「賽局理論」約翰·馮紐曼到《他是賭神，更是股神》愛德華·索普，
博奕的魔力吸引了古往今來各領域的頂尖腦袋，
他們的研究成果，對於理解運氣和決策有何啟發？
又點出我們解讀事物的哪些常見盲點？



亞當·庫查斯基——著
甘錫安——譯



Adam Kucharski

目次

0 前言

Introduction

數學家理查．愛普斯坦說：「賭徒可說是機率理論的乾爹。」其實不只是機率，長久以來，各領域的頂尖頭腦都深受博奕吸引，他們不斷挑戰預測的極限，探究秩序與混沌的界限，以揭曉「機會」背後的學問。從賽局理論、混沌理論、統計學、心理學、物理學、經濟學乃至人工智慧，都因「賭」而拓展了探索的疆界。了解賭的科學，你能學會洞察普遍存在的判斷盲點，更睿智地權衡風險與報酬，從而做出優質決策，控制運氣的影響。

1 三種程度的無知

The Three Degrees of Ignorance

輪盤的小球最終落在哪一格，是隨機的嗎？數學家亨利．龐卡赫認為，這類事件看似隨機，是因為我們不知道成因；他建議我們依照對問題的無知程度來分類問題。龐卡赫還主張，簡單的物理過程可以簡化到表面看來像是隨機—這個想法構成七十年後混沌理論的重要部分。卡爾．皮爾森仰賴統計學，藉由找出數據的重覆型態，來預測球會落在哪。資訊理論先驅克勞德．夏農與後來成為「計量金融之父」的愛德華．索普則發明史上第一具穿戴式電腦，帶到賭場蒐集資料、即時預測小球的落點。輪盤贏錢策略

的演進，反映出機率科學近一世紀來的發展.....

2 靠蠻力賺錢的事業 A Brute Force Business

怎麼做才能讓某樣東西分布得既隨機又均衡？創立現代統計學的隆納德·費雪研究怎麼在廣大農地上灑農藥時，面臨這個問題。今日的彩券業者設法限制中獎彩券的數量，以及避免中獎彩券過度集中時，也面臨類似挑戰。包牌買彩券要贏錢，前提是什麼？投注彩券時，你的競爭對手除了莊家，還有誰？麻省理工學院的投注團隊，比競爭對手多了解了什麼，而抱得大獎歸？這一章介紹賭徒們怎麼破解美國歷來的各種彩券，以及彩券要仰賴多大的「蠻力」.....

3 從洛沙拉摩斯國家實驗室，到蒙地卡羅賭場 From Los Alamos to Monte Carlo

愛德華·索普靠著算牌狂贏「廿一點」，賭場改成用六副牌擾亂算牌客，為何效果適得其反？賭場最後索性見到專業算牌客便擋在門外，但賭香港賽馬可不用露臉。在這裡你會認識冷門偏誤、迴歸分析，了解用分析過的賽事數據來檢驗預測，其實不是好方法。奧坎剃刀原理則教你，為何選擇最簡單的解釋反而明智（想建立某真實過程的模型，就該排除不必要特徵）。研究氫彈的數學家，對於預測賭馬結果有何啟發？投資領域的「基本分析法」要注意什麼盲點？機會賽局中常見的「馬可夫鏈」，如何有助於尋找隱含資訊？為何一味求進展往往找不出最佳解決方法，最快

的解方有時會像在走回頭路？教人拿捏投資資金比例的「凱利準則」，用於賽馬時又有什麼弱點？

4 博士評論員

Pundits with PhDs

愛德華．索普靠著算牌狂贏「廿一點」，賭場改成用六副牌擾亂算牌客，為何效果適得其反？賭場最後索性見到專業算牌客便擋在門外，但賭香港賽馬可不用露臉。在這裡你會認識冷門偏誤、迴歸分析，了解用分析過的賽事數據來檢驗預測，其實不是好方法。奧坎剃刀原理則教你，為何選擇最簡單的解釋反而明智（想建立某真實過程的模型，就該排除不必要特徵）。研究氫彈的數學家，對於預測賭馬結果有何啟發？投資領域的「基本分析法」要注意什麼盲點？機會賽局中常見的「馬可夫鏈」，如何有助於尋找隱含資訊？為何一味求進展往往找不出最佳解決方法，最快的解方有時會像在走回頭路？教人拿捏投資資金比例的「凱利準則」，用於賽馬時又有什麼弱點？用來預測洪水、地震、森林大火和保險損失的「極值理論」，如何跨進運動賽事？研究放射性衰變與大腦神經元活動的「卜瓦松過程」，在預測足球比賽時能起什麼作用？人性偏誤會導致我們誤判賽事的哪些方面？為何有些投注公司反其道而行，樂於吸引精明賭客來投注？投注業者改變賠率不是為了符合結果的真實機率，那是為了啥？購買不同產業多家公司的股票，投資組合多樣性為何仍不夠？購買擔保債券憑證，你要避免什麼錯誤假設？買賣股票時若持股時間不長，常被比做賭博而非投資，然而已有研究指出，運動投注可達成與投資股市相仿的風險與報酬平衡。網際網路如何改變博奕活動的面

貌？博奕合法化又有哪些有別於道德面的思考角度？

5 機器人興起

Rise of the Robots

人需要時間處理資訊、會猶豫，而且很難同時做很多事情—這正是機器人的機會。現在有許多機器人程式四處尋找失誤賠率，藉以套利；另一些機器人功能相反，會盡可能掩蓋這些資料。另外就如《快閃大對決》一書所述，有的大券商為了比競爭對手提早幾毫秒得知新事件，甚至大費周章炸山鋪路，好鋪設自己的電纜以攔截資訊。只是機器人雖然「能人所不能」，麻煩的是它的行動未必總符合人類主人的利益。騎士資產管理公司由於更新高速交易軟體時出錯，程式自顧自不斷買進與賣出股票，鉅額損失導致該公司當年底就被收購。2013年駭客假造新聞，稱歐巴馬因爆炸而受傷，金融市場反應速度似乎並非出自人類交易員之手，這是好是壞？機器人崛起後，傳統金融理論已經遠遠不足，我們應該把投注或金融市場視為生態系，而非固定不變的經濟法則，那麼我們對生態系的理解，哪些正確、哪些有誤呢？

6 虛張聲勢闖天下

Life Consists of Bluffing

賽局理論用在資訊全部已知的賽局上效果最好，那麼若是運用在複雜到難以理解的情境時，會出現什麼狀況？西洋棋與許多種撲克牌玩法非常複雜，不論是人類或電腦都還找不出最佳策略。金融市場也有類似問題—許多重要資訊雖已隨手可得，但有更多交

互作用的影響因子難以掌握。賽局沒有達到最佳結果時，參與者的決定不會趨向平衡，反而會大幅震盪，混亂難解的決策變得更加常見，就如同碎形理論之父本華·曼德博所發現違反一般直覺的現象：股票市場「大變化後面往往還會出現大變化，小變化之後往往會接連出現小變化」。在玩家容易失誤或必須在賽局中學習時，賽局理論也不是找出最佳策略的好方法.....

7 機器對手

The Model Opponent

繼電腦「深藍」於1997年打敗西洋棋王卡斯帕洛夫之後，2004年IBM又設計了「華生」參加機智問答節目，照樣電慘人類對手。不過深藍只需用電腦的方式下棋—運用大量運算能力審視接下來的可能棋步，評估可用策略。卡斯帕洛夫指出這種「蠻力」具備的智慧不多：「它不是擁有人類的創意和直覺，能以人類的方式思考和下棋的電腦。」同樣的「華生」不需假扮人類也能取勝。電腦科學家達斯·畢靈斯說：「西洋棋不夠看，那我們來試試撲克牌好了。」電腦打撲克牌時，其實是在解決一個我們十分熟悉的問題：如何處理缺漏的資訊。生活中有許多狀況都是不完全資訊賽局，撲克牌是這類狀況的完美縮影。電腦打撲克牌時不僅搜尋勝利策略困難得多，為了取勝還必須觀察對手，評估大量選擇—電腦需要有顆大腦才行.....

8 超越算牌

Beyond Card Counting

經營撲克牌館的迪克里斯提納被判經營非法賭場後，請來經濟學家藍道爾·希柏擔任專家證人，要務是說服法官撲克是技巧賽局，因此不是非法賭博。希柏認為最重要的問題是：技巧對牌局的影響，需要多久才能超越機率？我們很容易把賽局分成「運氣」（賭博）和「技巧」（投資）兩類，問題是兩者的界線沒有我們想的那麼分明。我們以為是隨機的過程，通常很不隨機；如果選擇正確，我們容易歸因於技巧，選擇失敗的話則偏向說運氣不好。關於成功投注的報導普遍從數學角度切入，「決定」被簡化成基本機率，但以撲克為例，賭客還要解讀對手的行為。馮紐曼發展出賽局理論來解決這問題時，發現採用虛張聲勢等詐騙策略其實是最佳方案—賭客一直都作對了，只是不知道原因。有時人性因素是影響事態的主要因素，優秀的機器人程式單單知道機率仍不夠，還要結合數學與心理學。

致謝

獻給我的父母

「運氣是隨人詮釋的機率。」
——丹尼爾·登曼（Daniel “Chip” Denman）
馬里蘭大學統計學家

Chapter 0

前言

Introduction

2009年6月，一份英國報紙報導¹，曾經擔任金融交易員的艾略特·薛爾特（Elliot Short）靠賭馬賺進兩千多萬英鎊。他買了賓士轎車，還請了司機²，把辦公室設立在倫敦最昂貴的騎士橋地區，而且經常在倫敦的高級夜總會一擲千金。這篇報導指出，薛爾特贏錢的策略非常簡單：只要跟大眾反向操作就好。因為最被看好的賽馬不一定會贏，所以採用這種方法有可能賺到大錢。薛爾特運用這方法在英國最著名的幾次賽馬中賺到大筆財富，包括在切爾滕納姆賽馬節（Cheltenham Festival）贏得一百五十萬英鎊，以及在皇家賽馬會（Royal Ascot）贏得三百萬英鎊等。

這篇報導只有一個問題，就是它並非百分之百真實。薛爾特宣稱在切爾滕納姆賽馬節和皇家賽馬會贏到大錢³，但其實他根本沒下過注。他說動大眾拿出數十萬英鎊投資他的下注系統⁴，自己則拿這些錢度假和吃喝玩樂。最後，投資人開始質疑薛爾特，他也遭到逮捕。2013年4月法院審理這個案件時⁵，薛爾特獲判有罪並處以五年徒刑。

有那麼多人受騙似乎令人難以置信，但穩贏不輸的投注系統確實滿吸引人的。我們總認為不可能贏過賭場和賭博業者，但賭博致富的報導完全顛覆了這種觀點。這類報導意味著機會賽局有某些漏洞，只要我們夠聰明找出來，就能利用它大賺其錢。隨機性可以推測得到，財富則受公式控制。這類想法非常誘人，許多賽局從問世之初就有人

努力試圖找出漏洞。然而，人們追尋穩贏不輸的投注方法所影響的，遠不只是賭徒—自古至今，賭博已經完全改變我們對運氣的理解。

十八世紀，巴黎的賭場出現史上第一具輪盤時，賭客很快就開始構思新的投注方法。這些策略的名稱大多很吸引人，成功率也相當嚇人。有一種方法稱為平賭法（martingale），源自一種用於吃角子老虎的策略，據說保證萬無一失。它的名聲逐漸遠播⁶，在當地賭客間極為風行。

平賭法是把賭注下在黑色或紅色。顏色不重要，重要的是賭注。賭客並非每次都下注相同金額，而是每次輸錢後就把下注金額加倍。這樣一來，賭客選到正確的顏色時，就能贏回先前所有輸掉的錢，還會賺到等於起始賭注的錢。

乍看之下，這套方法似乎完美至極，但其實有個重大缺點：下注金額往往會增加得非常快，遠遠不是賭客甚至賭場負擔得起。採用平賭法或許起初能賺到一小筆錢，但長時間下來，一定會受限於賭本而難以為繼。雖然平賭法曾經相當風行，但沒有人有能力成功地採行這種策略。文學家大仲馬曾說：「平賭法就像靈魂一樣捉摸不定⁷。」

許多賭客受這種策略吸引並持續採用的理由之一，是它從數學上看來無懈可擊。如果列出已經下注的金額和可能贏到的總金額，怎麼看都是穩賺不賠。然而實際運用時，這個算式的缺陷就會顯現出來。紙上談兵時，平賭法看來似乎不錯，但就實際而言，它是行不通的。

談到賭博時，了解賭局背後的理論幫助很大，但如果這個理論根本還沒找到的話，又該怎麼辦？文藝復興時期的吉羅拉摩·卡爾達諾（Gerolamo Cardano）是興味十足的賭徒，他花光了繼承來的財產後⁸，決定靠賭博賺錢。對卡爾達諾而言，這意味著要評估隨機事件發生的可能性。

在卡爾達諾的時代，我們所知的機率還不存在。當時沒有關於偶發事件的定律、沒有關於事物可能性的法則。如果有人在賭骰子時擲出兩個六點，純粹是運氣很好。對許多賭局而言，沒有人能明確指出「公正」的賭注應該是多少⁹。

卡爾達諾最先指出這類賭局可以運用數學來分析。他知道，要在機會的世界中遊走，必須知道這世界的界線何在。因此他觀察各種可能的結果，針對格外有趣的結果詳加研究。兩個骰子的可能點數組合共有36種，但只有一種組合可以得出兩個6點。此外他還研究了如何處理多重隨機事件，並提出卡爾達諾方程式¹⁰，用來計算重複賭局的正確機率。卡爾達諾打牌時可以運用的武器不只是才智，還有一把匕首，而且從不怯於使用。1525年，他在威尼斯打牌，發現對手出老千。卡爾達諾說：「我發現紙牌上有記號時¹¹，立刻就拿匕首劃傷他的臉，不過傷口不深。」

其後數十年，其他研究者也逐步破解機率的奧祕。在一群義大利貴族要求下¹²，伽利略研究了為什麼某些骰子點數組合出現的次數比較多。天文學家約翰·克卜勒（Johannes Kepler）也在研究行星運動之餘¹³，抽空撰寫關於骰子和賭博理論的短篇論文。

1654年，法國作家安托瓦·龔堡（Antoine Gombaud）提出一個賭博問題，使機會科學興盛一時¹⁴。他對以下問題感到相當困惑：究竟是投擲一顆骰子4次，在其中擲出一個六點比較難，還是投擲兩顆骰子24次且在其中擲出兩個六點比較難？龔堡認為這兩個事件的機率應該相同，但沒辦法證明。他寫信給數學家朋友布萊茲·帕斯卡（Blaise Pascal），問他是否確實如此。

為了解答這個問題，帕斯卡求助於富有的律師及數學家皮爾·德·費馬（Pierre de Fermat）。他們以先前卡爾達諾的隨機性研究成

果為基礎，逐步打造機率的基本定律，許多新觀念後來成為數學理論的核心。此外，帕斯卡和費馬還定義了賭局的期望值，這個值可用來評量重複參與某個賭局時的平均獲利。他們的研究證明龔堡的想法是錯的：投擲一顆骰子4次且在其中擲出一個六點¹⁵，要比投擲兩顆骰子24次並在其中擲出兩個六點來得容易。然而，由於龔堡提出這個謎題，數學家獲得全新的概念。數學家理查·愛普斯坦（Richard Epstein）說：「賭徒可說是機率理論的乾爹¹⁶。」

賭注除了協助研究者從純數學的觀點了解一次下注的價值，還可透露出我們在現實生活中對決策的評價。十八世紀，丹尼爾·白努利（Daniel Bernoulli）想了解一般人為什麼通常偏好低風險的下注方式¹⁷，而不喜歡（理論上）獲利較高的下注方式。如果期望獲利不影響財務選擇，那造成影響的究竟是什麼因素？

白努利從期望效用（expected utility）而非期望報酬的觀點來思考，解決了賭注問題。他認為，同量金錢的價值有時較高、有時較低，取決於這個人現在有多少錢。舉例來說，一塊錢對窮人的價值就比對有錢人來得高。研究人員蓋布瑞爾·克萊曼（Gabriel Cramer）表示：「數學家依據金額估計金錢的價值¹⁸，觀念正確的人則依據用途來估計。」

這類看法相當有用。的確，效用概念是整個保險業的重要基礎。大多數人不喜歡平時不用付款，等發生狀況時才付出一大筆錢，而寧願選擇定期且可預期地支付，即使付出的總金額更大也無妨。我們購買保險與否取決於其效用。如果某樣東西的重置或更換成本很低，我們通常就不會買保險。

在這本書中，我們將介紹賽局理論、統計學到混沌理論和人工智慧等，探討賭博對科學思維的影響。科學和賭博的關係如此錯綜複

雜，其實並不令人意外，畢竟賭注可說是一窺機率世界的窗口。賭博告訴我們如何權衡風險和報酬，以及我們為什麼會隨環境而改變對事物的評價；它還幫助我們了解我們如何做決定，以及我們該如何控制運氣的影響。賭博涵括數學、心理學、經濟學和物理學，是對隨機（或看似隨機）事件有興趣的研究者注目的焦點。

科學和下注間的關係不只對研究人員有用。賭徒越來越常運用科學觀念，開發成功的下注策略。在許多例子中，科學概念形成完整的循環：有些方法原本出於學術好奇，後來又被運用到現實世界中，試圖在賭場中獲利。

著名物理學家理查·費曼於1940年代初次前往賭城拉斯維加斯，他在形形色色的賭局間遊走，研究他可能會贏多少錢（其實應該說會輸多少錢）。他的結論是，擲骰子雖然不是最公平的賭局，但其實沒有那麼糟：他每下注一美元的平均期望損失是0.014美元。當然，這是嘗試過很多次之後的期望損失。費曼嘗試這種賭局時運氣特別差¹⁹，馬上就輸了五美元，這已經足以嚇得他永遠不敢在賭場賭博。

儘管如此，多年之間，費曼還是去了好幾次賭城。他特別喜歡跟賭場女郎聊天。有一次他去賭城時，跟一位叫瑪麗蓮的藝人共進午餐。他們吃午餐時，瑪麗蓮指著一個在草地上散步的人。這個人是著名的職業賭徒尼克·丹德羅斯（Nick Dandolos），外號「希臘人尼克」。費曼覺得這件事很奇怪。他計算過賭場裡每種賭局的機率，想不通希臘人尼克怎麼可能一直賺錢。

瑪麗蓮叫希臘人尼克到他們這一桌來，費曼問他怎麼可能靠賭博為生。尼克答道：「我只在機率對我有利時下注。」費曼不大懂他的意思，機率怎麼可能對某一方有利呢？

希臘人尼克告訴費曼他賺錢的真正祕訣。他說：「我不在賭桌上

下注，而是找特別迷信幸運數字等有某些偏見的賭客，跟他們對賭。」尼克知道賭場有優勢，所以他轉而跟天真的賭客對賭。他和運用平賭策略的巴黎賭徒不同，他了解賭局，也了解賭博的人。他的眼光超越各種賭博策略（這些策略只會讓他輸錢），找出方法使機率轉而對他有利。算出機率不是最困難的部分，真正重要的技巧是把這些知識轉換成有效的策略。

儘管虛張聲勢的多、真正有料的少，多年以來仍然流傳著許多賭博策略成功的故事。有些傳聞說某個集團找到彩券的漏洞，或是某一批人在有瑕疵的輪盤上賺了一大筆錢。還有一些學生（通常是數學相關科系）藉由算牌發了一筆小財等等。

但是近年來，更先進的觀念已經超越了這些技巧。從預測運動比數的統計學家，到擊敗人類智慧型演算法的發明者，人類一直在尋求新方法，想贏過賭場和賭博業者。但究竟是誰把堅實的科學概念轉換成真金白銀？還有，他們的策略又從何而來？

贏錢消息的新聞通常聚焦在賭客的身份或贏了多少錢。科學化的下注方法經常被當成數學戲法看待，重要概念往往忽略不談，理論更沒人關心。但我們應該關注的是：這些戲法是怎麼變出來的？自古以來，賭博經常啟發新的科學領域，讓人類更理解運氣和決策，這些方法也擴及科技和金融等各個領域，如果我們能發掘出現代下注策略的內部機制，就能了解科學方法如何不斷挑戰我們對機會的看法。

從簡單到複雜、從大膽到荒謬，賭博產出了各種各樣令人驚奇的觀念。在世界各地，賭徒不斷挑戰預測的極限，以及秩序與混沌間的界限。有些賭客研究決策和競爭的精微之處，有些觀察人類行為的怪癖，以及探討心智的特質。透過分析成功的下注策略，我們將可了解賭博如何持續影響我們對運氣的理解，以及如何駕馭運氣。

- 1 In June 2009, a British newspaper: Ward, Simon. ‘A Sacked 22-Year-Old Trainee City Trader Today Reveals How He Won a Staggering £20 Million in a Year...Betting on the Horses’. News of the World, June 26, 2009.
- 2 He had a chauffeur-driven Mercedes: Duell, Mark. “‘King of Betfair’ Who Lived Lavish Lifestyle in Top Hotels with Chauffeur-Driven Mercedes and Clothes from Harrods after Conning Family Friends Out of £400,000 Is Jailed’. Daily Mail Online, May 28, 2013. <http://www.dailymail.co.uk/news/article-2332115/King-Betfair-stayedhotel-splashed-chauffeur-conning-family-friends-jailed.html>.
- 3 The profitable bets that Short claimed: Wood, Greg. ‘Short Story on Betfair System Is Pure Fiction’. Guardian Sportblog (blog), June 29, 2009. <http://www.theguardian.com/sport/blog/2009/jun/30/greg-wood-betfair-notw-story>.
- 4 Having persuaded investors to pour hundreds of thousands: Duell, Mark. ‘Gambler, 26, Who Called Himself the “Betfair King” Conned Friends Out of £600,000 with Betting Scam to Pay for Designer Clothes’. Daily Mail Online, April 23, 2013. <http://www.dailymail.co.uk/news/article-2313618/Gambler-called-Betfair-king-conned-friends-600-000-bogus-betting-scam.html>.
- 5 the case went to trial: ‘Criminal Sentence—Elliott Sebastian Short—Court: Southwark’. [TheLawPages.com](http://www.thelawpages.com), May 28, 2013. <http://www.thelawpages.com/court-cases/Elliott-Sebastian-Short-11209-1.law>.
- 6 As its reputation spread: Ethier, Stewart. *The Doctrine of Chances: Probabilistic Aspects of Gambling* (New York: Springer, 2010), 115.

- 7 ‘The martingale is as elusive’: Dumas, Alexandre. One Thousand and One Ghosts (London: Hesperus Classics, 2004).
- 8 Having frittered away his inheritance: O’Connor, J. J., and E. F. Robertson. ‘Girolamo Cardano.’ June 1998. <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Cardan.html>.
- 9 nobody knew precisely what a ‘fair’ wager: O’Connor and Robertson, ‘Girolamo Cardano’.
- 10 deriving ‘Cardano’s formula’: Gorroochurn, Prakash. ‘Some Laws and Problems of Classical Probability and How Cardano Anticipated Them’. Chance Magazine 25, no. 4 (2012): 13–20.
- 11 ‘When I observed that the cards were marked’: Cardan, Jerome. Book of My Life (New York: Dutton, 1930).
- 12 At the request of a group of Italian nobles: Ore, Oystein. ‘Pascal and the Invention of Probability Theory’. American Mathematical Monthly 67, no. 5 (May 1960): 409–419.
- 13 Astronomer Johannes Kepler also took time: Epstein, Richard. The Theory of Gambling and Statistical Logic (Waltham, MA: Academic Press, 2013).
- 14 The science of chance blossomed: Ore, ‘Pascal and the Invention’.
- 15 he was more likely to get a six: 最簡單的方法，是一開始先計算擲四次都沒有出現六點的機率，這個機率是 $(5/6)^4$ 。因此至少出現一次六點的機率是 $1-(5/6)^4 = 51.8\%$ 。依照相同的邏輯，投擲兩個骰子24次出現兩個六點的機率是 $1-(35/36)^4 = 49.1\%$ 。

- 16 ‘Gamblers can rightly claim’: Epstein, Richard. *The Theory of Gambling and Statistical Logic* (Waltham, MA: Academic Press, 2013).
- 17 Daniel Bernoulli wondered why people: Bassett, Gilbert, Jr. ‘The St. Petersburg Paradox and Bounded Utility’. *History of Political Economy* 19, no. 4 (1987): 517–523.
- 18 ‘The mathematicians estimate money’: Castelvechi, Davide. ‘Economic Thinking’. *Scientific American* 301, no. 82 (September 2009). doi:10.1038/scientificamerican0909–82b.
- 19 When Feynman tried the game: 《別鬧了，費曼先生》，理查·費曼著，天下文化出版。

Chapter 1

三種程度的無知

The Three Degrees of Ignorance

倫敦麗池飯店的地下樓有一處以奢華著稱的高注賭場，稱為麗池俱樂部¹。豪華的賭桌由身著黑制服的荷官主持，牆上掛著文藝復興時期的繪畫，分散四處的燈具照亮金碧輝煌的裝潢。但對偶爾玩玩的賭客而言有點可惜的是，麗池俱樂部也以嚴格過濾賭客自豪。要踏進這座賭場，必須是會員或是飯店住客，當然還要有滿滿的荷包。

2004年3月一天晚上²，兩位身著高級西裝的男性陪同一位金髮美女走進麗池俱樂部，打算來玩輪盤。他們跟其他高注賭客有點不同³，多次拒絕了賭場經常提供給高額賭客的免費補貼。他們的專注果然有回報，一個晚上下來，他們總共贏到十萬英鎊。這筆錢當然不少，但以麗池的標準而言不算少見。第二天晚上，他們又來到賭場，又選了一具輪盤。這次他們贏到的錢多得多⁴，最後他們把籌碼換成現金，總共帶走一百二十萬英鎊。

賭場員工開始起疑。他們離開後，保全人員檢視閉路電視錄影，看過之後立刻報警⁵，很快就在麗池附近的旅館逮到了他們。這名女性來自匈牙利，兩位同夥來自西伯利亞，全都依詐欺罪遭到起訴。根據媒體初步報導，他們用雷射掃描器分析輪盤桌，把測量數據送進藏在身上的小電腦，算出小球最後可能落在哪裡。這次事件裡有高科技又有俊男美女，當然是很吸睛的故事，但各方報導都忽略了一個重要細節。沒有人能完整解釋他們究竟是怎麼紀錄輪盤小球的運動，並計算

出準確的預測。輪盤應該是隨機的，不是嗎？

• • •

研究輪盤隨機性的方法有兩種，亨利·龐卡赫（Henri Poincaré, 1854–1912）對兩者都有興趣。他的興趣很多，這是其中之一⁶：二十世紀初，龐卡赫的研究對許多數學主題貢獻良多。他是史上最後一個真正的通才，後來沒有一位數學家有能力像他一樣在各個領域間自在悠遊，提出許多重要關聯。

在龐卡赫看來⁷，輪盤這類事件看似隨機，是因為我們不知道這類事件的成因。他指出，我們可以依據自身對某個問題無知的程度來分類問題。如果我們知道某個物體的確切起始狀態（例如位置和速度），又知道這個物體遵循的物理定律，就能依照教科書解決這個物理問題。龐卡赫把這種狀況稱為第一度無知（first degree of ignorance）：我們握有全部必要資訊，只需要做簡單計算就好。第二度無知是我們知道物理定律，但不知道或無法精確測量物體的起始狀態；在這種狀況下，我們如果不改進測量技術，就只能預測物體在極短時間內的狀況。最後是第三度，也是最為無知的狀況，我們既不知道物體的起始狀態，也不知道相關物理定律；如果定律過於複雜而無法完全理解，也可以算是第三度無知。舉例來說，假如我們把一罐油漆丟進游泳池⁸，要預測泳客的反應或許很容易，但要預測個別油漆或水分子的行為就會困難得多。

但是我們可以採用另一種方法。我們可以不研究分子間交互作用的細節，而是試著了解它們互相撞擊造成的效果。如果我們觀察所有粒子，就能看見它們混合在一起，經過一段時間之後，油漆分子會均

勻分布在游泳池內。由於原因太複雜，很難理解，我們不需要知道原因，但仍然能探討最後的結果。

這種方法同樣能套用在輪盤上。小球移動的軌跡受許多因素影響，單靠觀察轉動的輪盤可能無法理解這些因素。如同個別水分子一樣，我們如果不了解影響小球移動軌跡的複雜原理，就無法預測某次輪盤轉動的結果。但龐卡赫認為，其實我們不一定要知道是什麼原因讓小球停在某個地方，只要觀察許多次轉動⁹，就能知道有什麼結果。

艾伯特·席布斯（Albert Hibbs）和羅伊·華福德（Roy Walford）在1947年時就是這麼做的。席布斯當時在攻讀數學學位，他的朋友華福德則是醫學院學生。他們暫時放下芝加哥大學的學業¹⁰，到內華達州雷諾市研究輪盤是不是真的跟賭場說的一樣純屬隨機。

大多數輪盤都維持法國原始設計，周圍共有38個格子，分別是紅黑交替的數字1到36以及綠色的0和00。因為有0和00，所以這種賭局對賭場比較有利。如果我們在屬意的數字上連續下注1美元，那麼我們可以預測得到平均每38次會贏一次，如此一來，賭場將付出36美元。在這38次開盤中，我們共投下38美元，但平均只能贏到36美元，因此我們損失2美元，也就是平均每次轉動損失0.05美元。賭場要佔到便宜，先決條件是輪盤開出每個數字的機率必須完全相等。但輪盤跟各種機器一樣不見得毫無瑕疵，也可能因使用日久而逐漸耗損。席布斯和華福德要找的，就是類似這樣數字分布不均的輪盤。如果某個數字出現的次數比較多，就對他們比較有利。他們觀察了許多次開盤，想找出不尋常的狀況。這又帶出了一個問題：我們說的「不尋常」是什麼意思？

• • •

法國的龐卡赫思考隨機性的起源時，在英吉利海峽的另一邊，卡爾·皮爾森（Karl Pearson）正趁著暑假拋硬幣。暑假結束時，皮爾森共拋了25000次一先令硬幣，逐一記下每次的結果。皮爾森大多在室外拋硬幣，他說這麼做「無疑大大破壞我在社區裡的形象」。除了用硬幣做實驗，皮爾森還請同事拋了8000多次一便士硬幣¹¹，以及從袋子裡反覆抽出彩券。

皮爾森說過，我們「並非完全理解自然現象」¹²，而只是「知道我們感知的事物」。他認為，要了解隨機性，盡可能蒐集大量資料十分重要，因此光是拋硬幣和抽彩券他仍不滿足，還看上了蒙地卡羅的輪盤。

皮爾森和龐卡赫一樣博學。除了對機率有興趣，他還編劇和寫詩，也研究物理學和哲學。他出生在英國，但足跡遍及許多地方。他對德國文化格外傾心¹³，因此海德堡大學職員不小心把他的名字Carl拼成Karl後，他乾脆改了名字。

可惜的是，他去蒙地卡羅的心願似乎難以實現。他知道，要申請經費到法國這處避寒勝地進行「研究參訪」幾乎是不可能的，但他說不定不需要真正看到輪盤。《摩納哥日報》（Le Monaco）每個星期會刊出輪盤開出的數字¹⁴，皮爾森決定觀察1892年夏天四個星期內的結果。他首先觀察紅色和黑色的比例，如果輪盤轉無限多次，並且忽略0和00，那麼紅色和黑色的總比例應該會接近50/50。

在《摩納哥日報》刊出的16000次輪盤開獎結果中，紅色佔50.15%。為了了解其中的差是否出於機率，皮爾森拿他觀察到的開出紅色的次數，減去總開獎次數的50%，得出兩者的差，再與輪盤確為隨機時的變異相比。他發現相差0.15%不算異常，因此沒有理由懷疑

輪盤不是隨機的。

紅色和黑色開出的次數或許相仿，但皮爾森還想驗證其他理論。他接著觀察相同顏色連續出現的頻率。賭客往往很迷戀這類連續好運。1913年8月18日晚上，蒙地卡羅一處賭場裡的某具輪盤已經連續開出十幾次黑色。賭客擠在桌邊¹⁵，等著看下一次會開出什麼顏色。下次一定不會開出黑色嗎？輪盤開始轉動，賭客紛紛把錢押在紅色。最後小球又落在黑色上。接著更多的錢押在紅色，輪盤再度開出黑色，如此一而再、再而三，最後這具輪盤總共連續開出26次黑色。如果輪盤確實為隨機，則每次開盤應該都與別次完全無關，連續開出黑色不會提高紅色出現的機率，但當時的賭客都認為會如此。這類心理偏誤後來被稱為蒙地卡羅謬誤（Monte Carlo fallacy）。

皮爾森比較不同顏色連續開出的次數和輪盤確為隨機時的期望頻率，發現有點不大對勁。相同顏色連續開出2至3次的次數特別少，而只開出一次（即開出某種顏色後，下次開出另一種顏色）的次數則多出許多。皮爾森假設輪盤確實為隨機，針對這類例子的極端狀況計算機率。這個機率（稱為p值）非常小，小到皮爾森曾經表示，即使他從地球誕生開始觀察蒙地卡羅的輪盤，也不見得看得到這麼極端的結果。他認為這代表輪盤其實不是機會賽局。

他因為這項發現而大為光火。他原本覺得輪盤是極佳的隨機資料來源，現在卻發現這個賭場實驗室提供的結果不可靠，所以格外氣憤。他說：「一個科學家本來可以自豪地預測拋擲半便士硬幣的結果，但蒙地卡羅輪盤搞砸了他的理論¹⁶，毀了他的定律。」由於輪盤顯然對他的研究沒有助益，因此皮爾森建議查封賭場，用資產捐助科學研究。然而後來有人發現，皮爾森得出這個詭異結論的原因，其實不是輪盤有問題—當時《摩納哥日報》出資要記者觀看輪盤開盤並記

錄結果，但記者根本沒去賭場¹⁷，而是自己杜撰開盤結果。

席布斯和華福德沒有效法懶惰的記者，而是親身造訪雷諾市去觀察輪盤。他們發現多達1/4的輪盤有某種偏誤。有一具輪盤歪斜得特別嚴重，因此他們在這具輪盤上下了一百美元之後，很快就贏了不少。關於他們最後到底賺到多少錢，說法不一¹⁸，但不論如何都夠他們買艘遊艇、在加勒比海上四處遊玩一年。

有很多故事提到賭客藉由類似手法贏錢：很多人提到維多利亞時代有個工程師約瑟夫·耶格（Joseph Jagger）¹⁹，就利用蒙地卡羅一具有偏誤的輪盤賺到一大筆錢；還有西元1950年代初有一群阿根廷人贏光了公立賭場的錢。透過皮爾森的驗證，我們或許會覺得，找出容易贏錢的輪盤似乎很簡單。但要找出有偏誤的輪盤跟找到容易贏錢的輪盤，是兩回事。

1948年，統計學家艾倫·威爾森（Allan Wilson）花了四個星期，每天24小時紀錄一具輪盤的開盤結果。他用皮爾森的測試方法探究每個號碼的開出機率是否相同時，發現這具輪盤顯然有偏誤，但看不出來應該怎麼下注最有利。威爾森發表他的資料之後²⁰，向對賭博有興趣的讀者提出一個問題：「我們應該依據哪個統計條件，決定下注在輪盤的哪個號碼？」

答案足足過了三十五年才出現。數學家史都華·埃西爾（Stewart Ethier）發現重點不是找出不隨機的輪盤，而是找出有利於下注的輪盤。就算我們觀察大量開盤結果，找到證據證明38個號碼中有某個號碼確實出現次數較多，可能也沒辦法贏到錢。這個號碼出現的機率不能低於1/36，否則我們還是沒辦法贏過賭場。

威爾森的輪盤資料中最常出現的數字是19，但埃西爾測試後，並未發現下注押這個數字長久下來能贏錢的證據。儘管輪盤顯然不是隨

機，但似乎也沒有哪個數字特別容易贏錢。埃西爾知道，他的方法對大多數賭客而言大概為時已晚：席布斯和華福德在雷諾市贏了一大筆錢之後，有偏誤的輪盤已經逐漸消失。但輪盤的優勢沒有維持很久。

• • •

當我們處於最高度的無知，也就是原因複雜到難以理解時，我們能做的只有觀察大量事件，看看其中是否有某種重複形態。前面提過，如果輪盤有偏誤，這種統計方法就能發揮作用。我們完全不需要懂輪盤旋轉的物理過程，就能預測可能出現的結果。

但如果輪盤沒有偏誤，或是沒有足夠時間來蒐集大量資料呢？在麗池俱樂部贏走一大筆錢的三人組沒有觀察多次開盤、試圖找出有偏誤的輪盤，而是觀察小球在輪盤上移動的軌跡，因此他們不僅跳脫龐卡赫的第三度無知，更直接超越了第二度。

這項成就非同小可。即使不理會使輪盤小球走現有路徑的物理過程，我們也不一定預測得到它會落在哪裡。這些原因沒有油漆分子和水分子碰撞那麼複雜，所以不難理解，但可能太過細微而難以發現。舉例來說，小球初始速度只要有極小的差異，就會使最終停留位置出現很大的差別。龐卡赫指出，輪盤小球起始狀態中某些小到難以察覺的差異，可能造成難以忽視的影響，但我們往往認為結果完全出於機率。

這個問題稱為初始條件的敏感性（sensitive dependence on initial conditions），意思是即使我們蒐集到某個過程（例如輪盤旋轉或熱帶氣旋）的詳細測量數據，但我們忽視的微小因素往往會導致意想不到的結果。數學家愛德華·勞倫茲（Edward Lorenz）在一次談話中問

道：「一隻蝴蝶在巴西拍動翅膀，可能導致美國德州出現龍捲風嗎？」早在此前70年，龐卡赫就指出所謂的「蝴蝶效應」²¹。

勞倫茲這項研究的主要重點是預測結果，後來發展成混沌理論，用意是希望更準確地預測天氣以及尋求預測未來的方法。龐卡赫感興趣的則是相反的問題：一個過程究竟需要多少時間，才能變成隨機過程？事實上，輪盤小球的路徑真的可能為隨機嗎？

龐卡赫受輪盤觸發而著手研究，但他是藉由研究規模大上許多的軌道才獲致這個重大突破。十九世紀時，天文學家已經知道散布在黃道帶上的小行星。他們發現這些小行星在夜空中分布得相當均勻。龐卡赫想知道為什麼會這樣。

他知道小行星一定遵循克卜勒運動定律，而且我們不可能知道它的初始速度。龐卡赫曾說：「我們或許可以把黃道帶看成巨大的輪盤²²，造物者在上面撒下許許多多小球。」為了理解小行星的重複形態，龐卡赫決定比較一個假設物體的總行進距離和它環繞某一點的次數。

假設我們展開一捲長度極長、極度平滑的壁紙。把這捲壁紙攤平之後，拋下一顆彈珠，讓它沿著紙捲滾。接著再拋下一顆、然後再拋下許多顆。有些彈珠拋下時滾得快、有些滾得慢，由於壁紙十分平滑，所以速度快的彈珠很快就滾得很遠，速度慢的彈珠在紙上就滾得慢上許多。

彈珠不停地向前滾，一段時間之後，拍照記錄它們目前的位置。為了標記彈珠位置，我們在每個彈珠所在的紙捲邊緣剪出一個缺口。接著拿起彈珠，重新捲起壁紙。現在如果觀察紙捲邊緣，會發現一個缺口出現在圓周上任一位置的機率相同。這是因為紙捲的長度（也就是彈珠可行進的距離）比紙捲的直徑長了許多。彈珠總行進距離的少

許變化，對缺口出現在圓周上的位置影響很大。如果持續時間夠長，這樣的初始條件敏感性會使缺口位置看來像是隨機的。龐卡赫證明小行星軌道也有同樣的現象。一段時間之後，小行星會在黃道帶上均勻分布。

對龐卡赫而言，黃道帶和輪盤是相同的概念。他認為旋轉許多次後，輪盤小球最後落下的位置將完全隨機。此外他也指出，某些下注方式會更快踏入隨機性的領域。因為輪盤格子是黑色和紅色交替出現，所以要預測兩者之中會出現哪一個，就必須精確計算小球會停留在哪一格。即使開盤一次或兩次，這還是極難計算。其他下注方式（例如預測小球會落在輪盤上的哪一半）則對初始條件比較不敏感，因此輪盤必須開盤許多次，結果才會成為隨機。

對賭客而言幸運的是，輪盤開盤一次不需要花上極長的時間（不過有個常見的謠傳是數學家布雷斯·巴斯卡〔Blaise Pascal〕在嘗試製作永動機時發明了輪盤²³），因此只要精確測量輪盤小球的初始路徑，理論上就可以避免落入龐卡赫的第二度無知。但必須找出適當的測量方法。

麗池俱樂部不是第一個傳出輪盤紀錄技術傳奇故事的地方。早在席布斯和華福德在雷諾市利用有偏誤的輪盤贏了一大筆錢的八年前，愛德華·索普（Edward Thorp）坐在美國加州大學洛杉磯分校的一間交誼室裡，跟學生討論快速致富祕訣。那是個愉快的星期日下午，他們正在爭論如何贏到輪盤的錢。有個人說賭場裡的輪盤通常沒有瑕疵，這句話給了索普一些靈感。當時索普剛開始攻讀物理博士學位，他突然想到，要從一具正常保養的健全輪盤贏到錢，其實不是統計問題，而是物理問題。索普這麼說：「環繞輪盤行進的小球²⁴，突然變得像在宏大、精確又可預測的路徑上運行的行星。」

1955年，索普找來一具迷你輪盤，用攝影機和碼表開始著手分析輪盤開盤。他很快就發現，這具輪盤有許多瑕疵，因此完全無法預測。但他堅持不懈，運用各種方法研究這個問題的物理原理。有一次，索普的岳父母過來共進晚餐，他沒出來應門，後來他們發現他在廚房地板上彈彈珠做實驗，研究每顆彈珠能滾多遠。

索普取得博士學位之後前往美國東岸，到麻省理工學院（MIT）工作。他在那裡認識了MIT的學術巨擘克勞德·夏農（Claude Shannon），夏農是資訊理論領域的先驅，資訊理論則大幅改變了資料的儲存和溝通方式。這項研究成果後來更為太空任務、行動電話和網際網路建立了基礎。

索普跟夏農談到預測輪盤結果，夏農建議索普等人到他位於市區外幾英里的房子繼續研究。索普走進夏農的地下室才發現，夏農非常喜歡各種新奇玩意。這個地下室簡直就是發明家的遊樂場。夏農擁有各種馬達、滑輪、開關和齒輪，價值一定超過十萬美元。他甚至還有一雙聚苯乙烯製成的大「鞋子」，讓他能在附近湖泊的水面上散步，讓鄰居緊張不已。不久之後，索普和夏農就添加了一組價值1500美元的標準輪盤。

在大多數輪盤的運作方式中，賭客可以先蒐集小球的移動軌跡資訊，然後才下注。荷官先讓輪盤中心部分逆時針旋轉，再朝順時針方向拋出小球，讓小球繞著輪盤的上緣滾動。小球環繞輪盤幾圈之後，荷官喊出：「下好離手！」如果賭場想增添一點法國風味時，可能會改講法文的Rien ne va plus。最後，小球碰到分布在輪盤邊緣的擋片，落入格子裡。對賭客而言糟糕的是，小球的移動軌跡是數學家說的非線性軌跡，也就是其輸入（速度）與輸出（停留位置）不成正比。換句話說，索普和夏農最後又落入龐卡赫的第三度無知。

他們沒有試圖推導小球運動的方程式來解決這個問題，而是決定依靠過去的觀察結果。他們進行實驗，研究小球以某一速度行進時，可在軌道上停留多久，再用這個資料來預測。輪盤旋轉時，他們測量小球環繞輪盤一圈需要多少時間，再比較測量數據和先前的結果，估算它何時可能碰到擋片。

這些計算必須在輪盤旁進行，所以1960年年底，索普和夏農製作了史上第一具穿戴式電腦，帶到拉斯維加斯。由於線路不是很可靠，經常需要修理，所以他們只測試了一次。即使如此，這部電腦仍然發揮很大的效用。由於這套方法對賭客比較有利，所以夏農認為這項研究一旦對外公開，賭場可能就會取消輪盤，所以必須完全保密。索普回憶時說：「他提到，研究謠言傳播的社交網路理論科學家指出，在美國，任意兩個不相識的人之間，最多只要透過三個人，就可以找出彼此的關係，稱為『三度分離』（three degrees of separation）。」後來由於1967年社會學家史丹利·米爾格蘭（Stanley Milgram）進行的著名實驗，流行文化才出現「六度分離」的概念。這項研究要參與者把一封信寄給目標收件人²⁵，但方法是先寄給某個可能認識目標收件人的朋友。平均說來，這封信要經過六個人的手才會到達目標收件人手中，六度分離理論由此誕生。但後續研究指出，夏農的三度分離理論應該比較正確。2012年，有研究人員分析Facebook（因為它跟實際生活中認識的人相當接近），發現任意兩個人之間的平均分離度是3.74²⁶。顯然夏農的擔憂確實其來有自。

• • •

1977年年底，紐約科學院舉辦了史上第一次關於混沌理論的大型

研討會。主辦單位邀請了各路研究者，包括首先以「混沌」（chaos）這個詞描述輪盤或天氣這類有序但無法預測的現象的數學家詹姆士·約克（James Yorke），以及在普林斯頓大學研究人口動態的生態學家羅伯特·梅伊（Robert May）等。

還有一位出席者是來自加州大學聖克魯茲分校的年輕物理學家²⁷。羅伯特·蕭（Robert Shaw）正在攻讀博士學位，研究主題是流水的運動，但他的研究計畫其實不只如此。他和其他博士班學生一樣，正在開發在賭城贏錢的方法。他們引用古希臘關於快樂的哲學概念，自稱守護精靈（Eudaemon），他們想在輪盤上贏過賭場的嘗試後來更成為一樁傳奇。

這個計畫開始於1975年，加州大學聖克魯茲分校研究生多恩·法爾馬（Doyme Farmer）和諾曼·派克（Norman Packard）買下一具翻新的輪盤。他們花了一整個夏天研究各種賭局的下注方法，最後選定了輪盤。儘管夏農曾經提出警告，索普仍然在他的書中隱諱提到賭贏輪盤這件事。這段刻意放在全書結尾的意見讓法爾馬和派克相信，輪盤值得好好研究。他們晚上在大學物理實驗室研究，慢慢了解輪盤旋轉的物理過程。他們在小球環繞輪盤行進時進行測量²⁸，發現如此能取得足夠資訊，協助他們贏錢。

守護精靈湯瑪斯·貝斯（Thomas Bass）後來在他的書《幸福派》（Eudaemonic Pie）中記錄了這次行動。他在書中描述，他們改良計算方法後，把電腦藏在鞋子裡，到好幾家賭場用它來預測小球的行進路徑。但貝斯其實留了一手：他沒有透露守護精靈設計預測方法所採用的方程式。

• • •

對賭博有興趣的數學家大多聽過守護精靈的事情，有些人可能會好奇這類預測是否確實有用。然而，2012年1月《混沌》期刊（Chaos）上一篇關於輪盤的新論文指出²⁹，真的有人實地測試了這種方法。

麥可·史摩爾（Michael Small）在為南非一家投資銀行工作時，初次讀到《幸福派》。他不賭博，也不喜歡賭場，但他對這具鞋內電腦非常好奇。當時他為了攻讀博士學位而分析具有非線性動態的系統³⁰，輪盤正屬於這類系統。十年後，史摩爾來到亞洲，任職於香港理工大學。他和電子工程系研究員謝智剛認為，製作輪盤電腦對大學部學生而言，是個不錯的專題題目。

研究人員過那麼久才公開測試這類眾所周知的輪盤下注策略，感覺似乎有點奇怪，但要取得輪盤並不容易。大學通常不會採購賭具，所以研究輪盤的機會不多。皮爾森依賴錯誤的報紙數據，也是因為他找不到經費前往蒙地卡羅；沒有夏農的資助，索普恐怕很難進行他的輪盤實驗。

輪盤的數學基本原理也對研究造成阻礙，但不是因為它太複雜難解，而是因為太簡單。期刊編輯對發表的科學論文類型往往相當挑剔，而試圖以基本物理學破解輪盤這類主題通常不受青睞。期刊上偶爾會出現與輪盤有關的文章，例如索普就曾經發表論文說明他的預測方法。儘管索普提出許多例證，告訴讀者電腦預測相當準確，但他省略了許多細節，最重要的計算過程更是付之闕如。

史摩爾和謝智剛一說服學校採購輪盤，就著手重現守護精靈的預測方法。他們先把小球的軌跡分成三個不同的階段。荷官讓輪盤開始轉動時，小球一開始緊貼上緣行進，輪盤中心部分則朝反方向旋轉。

這段期間有兩股相反的力作用在小球上，分別是讓小球緊貼上緣的向心力，以及把小球拉向輪盤中心的重力。

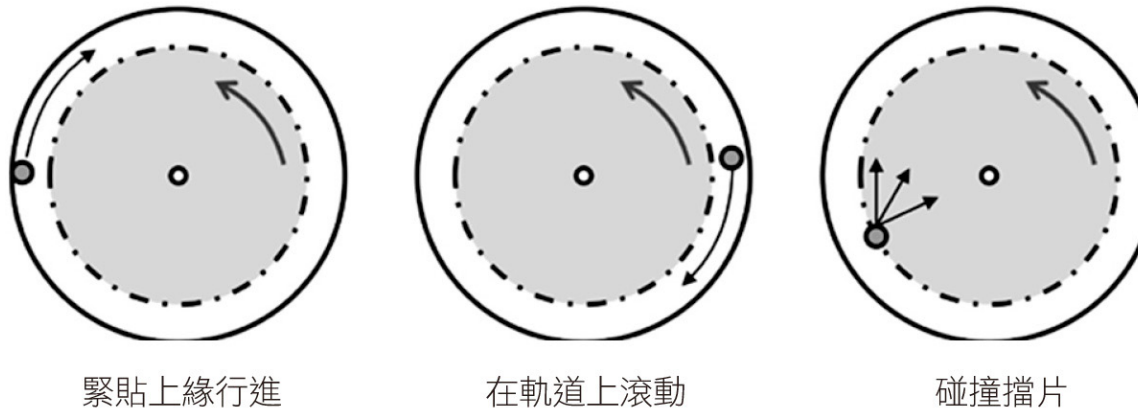


圖 1.1 輪盤旋轉的三個階段

他們假設小球滾動時，摩擦會使小球減慢。最後，小球的角動量減到很小，重力成為主作用力。這時小球進入第二個階段，脫離上緣，在上緣和擋片間的軌道上自由滾動。在這段期間內，小球逐漸接近輪盤中心，直到碰到分布在圓周上的擋片為止。

在此之前，小球的軌跡都可運用教科書中的物理原理計算出來，但小球碰到擋片後會隨機散射，可能落在某幾格中的任何一格。從下注觀點看來，小球離開了舒適的可預測世界，進入完全混沌的階段。

史摩爾和謝智剛可以運用統計方法來處理這類不確定性，然而為了簡潔起見，他們決定把預測值定義為小球碰撞擋片時鄰近的數字。要預測小球碰撞某個擋片的點，史摩爾和謝智剛需要小球的位置、速度和加速度，以及輪盤的位置、速度和加速度等六項資料。幸運的是，如果從另一個觀點來觀察，這六項資料可以濃縮成三項。對在旁觀看輪盤的人而言，小球似乎是朝某個方向行進，輪盤則朝反方向轉動。但我們也可以從「小球視角」來計算。以這種計算方式，我們只

需要測量小球相對於輪盤的運動。史摩爾和謝智剛的測量方式，是用碼表測量小球通過某個定點的時間。

某天下午，史摩爾進行一連串初步實驗來測試這種方法。他在筆記型電腦裡寫了用來計算的程式，讓小球開始環繞，手動測量數據，就像守護精靈以前一樣。小球沿上緣環繞十幾圈之後，他得到足夠的數據，可以預測小球會落在哪裡。他的時間只夠進行22次實驗，就必須離開辦公室。在這幾次嘗試中，他預測到正確數字三次。假如完全隨機亂猜，他至少猜對三次的機率（ p 值）不到2%。因此他相信守護精靈的策略確實有用—物理學確實可從輪盤贏錢。

史摩爾和謝智剛用手動方式測試這種方法之後，又安裝高速攝影機來蒐集更精確的小球位置數據。攝影機以每秒90格左右的速率拍攝輪盤的照片，以便了解小球碰撞擋片後的狀況。在兩名工程系學生的協助下，史摩爾和謝智剛讓輪盤開盤700次，並記錄預測值和最終結果間的差異。他們把這些資訊集中起來，算出小球落在距離預測格子某個特定距離的機率。對大多數格子而言，這個機率不特別大或特別小，跟隨機選取格子的機率相差不多。然而其中確實出現了某些重複形態。小球落在預測格子的次數，遠大於輪盤開盤過程完全隨機時的可能次數。此外，小球鮮少落在預測格子之前的數字。這點可以想見，因為小球必須朝反方向回彈，才會落在這些格子裡。

攝影機拍到了理想狀況下的結果，讓我們擁有非常清楚的小球軌跡資訊。但賭客應該很難把高速攝影機偷偷帶進賭場，而必須依靠手動測量的結果。史摩爾和謝智剛發現這樣似乎也不算很差：他們指出，用碼表做出的預測仍然可讓賭客擁有18%的預期獲利。

發表研究結果之後，史摩爾收到了賭客在賭場中實地運用這種方法後傳來的訊息。史摩爾說：「有個人詳細介紹了他的作品，包括一

具很讚的『點擊器』的照片。這部機器是用電腦滑鼠改裝的，綁在腳趾上使用。」法爾馬也注意到這個作品。他聽說史摩爾和謝智剛的論文時，正在佛羅里達州駕帆船航行³¹。法爾馬隱瞞這個方法已超過三十年，原因是他不喜歡賭場（這跟史摩爾很像）。當年他跟守護精靈去了幾次賭城，因此深信賭博業利用了我們的賭癮。如果大眾想用電腦賭輪盤贏錢，他認為這樣會讓賭場取回優勢。然而史摩爾和謝智剛的論文發表之後，法爾馬覺得應該打破沉默。更重要的是，守護精靈的方法和香港這兩位研究者提出的方法，有個重大差異。

史摩爾和謝智剛假設，摩擦是使小球減速的主要作用力，但法爾馬不同意。他發現空氣阻力才是使小球變慢的主因³²。的確，法爾馬指出，如果我們把輪盤放在沒有空氣（當然也就沒有空氣阻力）的房間裡，小球會在輪盤轉上好幾千圈才落到某個數字上。

法爾馬的方法和史摩爾與謝智剛的方法，同樣必須在輪盤旁估計某些值。守護精靈造訪賭城時³³，需要估計的值共有三個，分別是空氣阻力、小球離開上緣時的速度，以及輪盤的減速率。其中最大的挑戰是估計空氣阻力和落下速度。這兩者對預測值的影響相仿，如果估計的阻力太小，就等於落下速度提高。

另外，了解小球周圍的狀況也很重要。外在因素對物理過程往往影響很大。以撞球為例，如果桌面完全平滑，出桿之後，撞球會不斷任意反彈。要預測母球幾秒鐘後會跑到哪裡，必須知道出桿時的精確狀況。但法爾馬等人指出，如果想做較長期的預測，光知道出桿條件是不夠的，還必須考慮重力（而且不只是地球的重力）等各種作用力。要精確預測母球一分鐘後會跑到哪裡³⁴，甚至必須把銀河系邊緣各種粒子的重力牽引考慮在內。

預測輪盤數字時，蒐集輪盤狀況的正確資訊十分重要。連天氣變

化也可能影響結果。守護精靈發現，如果在聖克魯茲陽光普照時當成計算基準，起霧時小球會比預期提早半圈離開軌道。其他擾亂的影響則更大。法爾馬有一次到賭城做實驗時，有個胖子靠著輪盤桌，使輪盤傾斜，影響預測結果，搞得他不得不放棄下注。

但他們最大的阻礙是科技設備。他們執行下注策略的方式，是由一個人記錄開出號碼，另一個人負責下注，以免賭場保全起疑。他們的想法是無線電訊號可傳送訊息，告訴持有籌碼的團員下注在哪個號碼上。但這種方式經常失敗，無線電訊號經常漏失，讓下注者無所適從。儘管他們理論上有20%的優勢，但這些技術問題讓他們難以贏到大錢。

電腦不斷進步，有些人得以設計出更精良的輪盤裝置，這些人大多沒有被報導出來，除了2004年在麗池俱樂部贏到一大筆錢的三個人。在這次事件中，媒體很快就報導了雷射掃描器的故事。但記者班·畢斯里－莫瑞（Ben Beasley-Murray）在事件後數個月訪問業內人士時³⁵，這些人沒提到他們用了雷射，因此看起來他們似乎是用行動電話測量輪盤的旋轉時間。他們的基本方法其實跟守護精靈類似，但科技進步使這種方法的效果提高許多。根據守護精靈前組員派克表示³⁶，整套設備裝設起來相當容易。

這些裝置也完全合法。雖然麗池俱樂部贏錢三人組被依詐欺罪起訴，但他們其實沒有影響賭局。沒有人干擾小球或偷換籌碼。他們遭逮捕後九個月，警方宣布終結本案，歸還他們贏到的一百三十萬英鎊。就許多方面而言，他們是因為英國博奕法律過時才贏到這筆錢。英國的博奕法於1845年簽署施行，其間未隨賭客使用的新方法而與時俱進。

可惜的是，這個法律並未提供專屬於賭客的優勢。賭客跟賭場間

的不成文約定（也就是選到正確的號碼就可獲得金錢報酬），在英國沒有法律約束力。如果我們賭贏但賭場不付這筆錢，我們沒辦法告賭場。雖然賭場很喜歡容易輸錢的賭客，但對握有贏錢策略的賭客就沒那麼友善了。無論我們採用什麼策略，都必須躲過賭場的反制措施。席布斯和華福德在雷諾市為了尋找有偏誤的輪盤而輸掉五千元³⁷，賭場經常調換輪盤來防範他們。雖然守護精靈不需要長時間觀察輪盤，偶爾仍然得匆忙離開賭場。

• • •

除了容易引起賭場保全注意，贏錢的輪盤策略還有個共通點：這類策略的基本前提都是賭場相信輪盤無法預測。如果輪盤並非無法預測，賭客只要觀察得夠久，就有機會利用偏誤贏錢。如果輪盤完美無瑕，開出的數字也分布均勻，那麼賭客只要蒐集到關於小球軌跡的足夠資訊，就能攻破這個輪盤。

輪盤贏錢策略的演進，反映出機率科學近一世紀來的發展。早期試圖贏過輪盤的方法是跳脫龐卡赫的第三度無知，也就是完全不了解其物理過程。皮爾森的輪盤研究完全侷限於統計學，目的是找出數據的重複形態。後來試圖由輪盤贏錢的各種方法，包括麗池俱樂部的例子在內，則採取另一種策略。這類策略試圖克服龐卡赫的第二度無知，解決了輪盤開盤結果受輪盤及小球初始狀態影響極大的問題。

龐卡赫認為，簡單物理過程可以簡化到表面看來像是隨機，輪盤正好可以說明他的想法。這個想法構成混沌理論的重要部分，而混沌理論則於1970年代成為新的學術領域。這段期間內，輪盤一向隱身在後。事實上，守護精靈的許多成員持續發表了許多關於混沌系統的論

文。蕭的一項研究計畫指出，水龍頭漏水時滴出的水原本有穩定的節奏，但只要開大一點，節奏就會變得完全無法預測。這是混沌轉移（chaotic transition）的實際例子。在混沌轉移中，一個過程會由規則形態變成彷彿是隨機形態。科學家對混沌理論和輪盤的興趣，多年來似乎並未消散，這個主題現在依然相當吸引大眾注意，就像2012年史摩爾和謝智剛的論文受到媒體廣泛注意一樣。

輪盤或許是極富魅力的心智挑戰，但不是最容易（或最可靠）的賺錢方法。首先，賭場下注是有限制的。守護精靈下注的金額很小，這有助於保持低調，但贏到的錢有限。到高額下注區下注或許能贏到比較多，但也可能被賭場保全盯上。另外還有法律問題。許多國家禁止使用輪盤電腦，就算政府不禁止，賭場當然也不會對使用電腦的賭客客氣。所以要贏到很多錢並不容易。

因為這些理由，輪盤在科學下注史上只佔了一小部分。從守護精靈使用鞋內電腦之後，賭客一直在研究其他賭局。這些賭局跟輪盤一樣以無法預測著稱，但人類也跟遇到輪盤時一樣，運用各種科學方法證明它們並非無法預測。

1 It's called the Ritz Club: 摘自麗池俱樂部簡介。

2 One evening in March 2004: Chittenden, Maurice. 'Laser-Sharp Gamblers Who Stung Ritz Can Keep £1.3m'. Times (London), December 5, 2004.

3 The group weren't like the other high rollers: Beasley-Murray, Ben.

- ‘Special Report: Wheels of Justice’. PokerPlayer, January 1, 2005. <http://www.pokerplayer365.com/uncategorized-drafts/wheels-of-justice/>.
- 4 This time their winnings: “‘Laser Scam” Gamblers to Keep £1m’. B
BC News Online, December 5, 2004. <http://news.bbc.co.uk/2/hi/uk/4069629.stm>.
- 5 What they saw was enough: Chittenden, ‘Laser-Sharp Gamblers’.
- 6 It was one of his many interests: Mazliak, Laurent. ‘Poincaré’s Odds’.
Séminaire Poincaré XVI (2012): 999–1037.
- 7 As Poincaré saw it: Poincaré, Henri. Science and Hypothesis (New York:
Walter Scott Publishing, 1905). (法文版出版於1902年)
- 8 suppose we drop a can of paint: 根據史考特·派特森 (Scott Patterson)
表示，索普曾經在加州長堤一處游泳池做過實驗（但把油漆改成紅色染料）。這次實驗還上了當地報紙。資料來源：Patterson, Scott. The Quants (New York: Crown, 2010).
- 9 Instead, we can simply watch: Poincaré, Henri. Science and Method
(London: Nelson, 1914). (法文版出版於1908年)
- 10 Taking time off from their studies: Ethier, Stuart. ‘Testing for Favorable
Numbers on a Roulette Wheel’. Journal of the American Statistical Association 77, no. 379 (September 1982): 660–665.
- 11 Pearson got a colleague to flip a penny: Pearson, K. ‘The Scientific
Aspect of Monte Carlo Roulette’. Fortnightly Review, February 1894.

- 12 we have ‘no absolute knowledge of natural phenomena’: Pearson, K. *The Ethic of Freethought and Other Addresses and Essays* (London: T. Fisher Unwin, 1888).
- 13 He was particularly keen on German culture: Magnello, M. E. ‘Karl Pearson and the Origins of Modern Statistics: An Elastician Becomes a Statistician’. *Rutherford Journal*. <http://www.rutherfordjournal.org/article010107.html>.
- 14 the newspaper *Le Monaco*: Pearson, ‘Scientific Aspect of Monte Carlo Roulette’.
- 15 Gamblers crowded around the table: Huff, Darrell, and Irving Geis. *How to Take a Chance* (London: W. W. Norton, 1959), 28–29.
- 16 ‘Monte Carlo roulette confounds his theories’: Pearson, ‘Scientific Aspect of Monte Carlo Roulette’.
- 17 the reporters had decided it was easier: MacLean, L. C., E. O. Thorp, and W. T. Ziemba, eds. *The Kelly Capital Growth Investment Criterion: Theory and Practice* (Singapore: World Scientific, 2011).
- 18 Reports of their final profits differ: Maugh, Thomas H. ‘Roy Walford, 79; Eccentric UCLA Scientist Touted Food Restriction’. *Los Angeles Times*, May 1, 2004. <http://articles.latimes.com/2004/may/01/local/me-walford1>.
- 19 Many have told the tale: Ethier, ‘Testing for Favorable Numbers’.
- 20 When Wilson published his data: Ethier, ‘Testing for Favorable Numbers’.

- 21 Poincaré had outlined the ‘butterfly effect’: Gleick, James. *Chaos: Making a New Science* (New York: Open Road, 2011).
- 22 ‘The Zodiac may be regarded’: Poincaré, *Science and Method*.
- 23 Blaise Pascal invented roulette: Bass, Thomas. *The Newtonian Casino* (London: Penguin, 1990).
- 24 ‘The orbiting roulette ball’: 本節大部分細節和引言出自Thorp, Edward. ‘The Invention of the First Wearable Computer’. *Proceedings of the 2nd IEEE International Symposium on Wearable Computers* (1998), 4.
- 25 participants were asked to help: Milgram, Stanley. ‘The Small-World Problem’. *Psychology Today* 1, no. 1 (May 1967): 61–67.
- 26 an average of 3.74 degrees of separation: Backstrom, Lars, Paolo Boldi, Marco Rosa, Johan Ugander, and Sebastiano Vignali. ‘Four Degrees of Separation’ (Cornell University Library, January 2012). <http://arxiv.org/abs/1111.4570>.
- 27 Another attendee was a young physicist: Gleick, *Chaos*.
- 28 By taking measurements: Bass, *Newtonian Casino*.
- 29 When a new paper on roulette appeared: Small, Michael, and Chi K ong Tse. ‘Predicting the Outcome of Roulette’. *Chaos* 22, no. 3 (2012): 033150. doi:10.1063/1.4753920.
- 30 For his PhD, he’d analysed: 引言和其他細節摘自2013年史摩爾的訪談。

- 31 He was sailing in Florida: 作者與Doyne Farmer於2013年十月進行的訪談。
- 32 He'd found that air resistance: Slezak, Michael. 'Roulette Beater Spills Physics behind Victory'. New Scientist, no. 2864 (May 12, 2012). <https://www.newscientist.com/article/mg21428644-500-roulette-beater-spills-physics-behind-victory/>. Additional details from author interview with Doyne Farmer, October 2013.
- 33 During their casino trips: Bass, Newtonian Casino.
- 34 To predict exactly where the cue ball will travel: Crutchfield, James P., J. Doyne Farmer, Norman H. Packard, and Robert S. Shaw. 'Chaos'. Scientific American 254, no. 12 (December 1986): 46–57.
- 35 when journalist Ben Beasley-Murray talked: 關於後續研究的細節摘自Beasley-Murray, Ben. 'Special Report: Wheels of Justice'. PokerPlayer, January 1, 2005. <http://www.pokerplayer365.com/uncategorized-drafts/wheels-of-justice/>.
- 36 According to ex-Eudaemon Norman Packard: McKee, Maggie. 'Alleged High-Tech Roulette Scam "Easy to Set Up"'. New Scientist, March 2004.
- 37 When Hibbs and Walford passed \$5,000: Ethier, 'Testing for Favorable Numbers'.

Chapter 2

靠蠻力賺錢的事業

A Brute Force Business

岡維爾與凱斯學院（Gonville and Caius）是劍橋大學各學院中¹，歷史第四長、財產第三多、諾貝爾獎得主第二多的學院。此外它也是少數每天晚上提供正式晚餐的學院。換句話說，這所學院的學生大多相當熟悉學院中的哥德復興風格食堂，以及大堂周圍獨特的彩繪玻璃窗²。

其中一扇玻璃窗的圖案是DNA雙螺旋，用意是向前院士法蘭西斯·克里克（Francis Crick）致敬。另一扇玻璃窗上則是三個重疊的圓圈，用以向數學家約翰·維恩（John Venn）致敬。此外玻璃上還有一片方格板，板上每個方格的顏色似乎是隨機填上，這塊板子是為了紀念創立現代統計學的隆納德·費雪（Ronald Fisher）。

費雪取得岡維爾與凱斯學院的獎學金後，在劍橋念了三年書³，主修演化生物學。他於第一次世界大戰爆發前夕畢業，打算加入英國陸軍。他接受過好幾次體格檢查，但每次都因為視力太差而被刷下來，結果他在大戰期間只能在英國幾所著名的私立學校教數學，並在空餘時間發表了幾篇學術論文。

戰爭行將結束時，費雪開始找新工作，選擇之一是進入卡爾·皮爾森（Karl Pearson）的實驗室擔任統計主任。費雪對這個選擇不是很有興趣，因為就在前一年，皮爾森曾經發表一篇論文批評他的研究。費雪餘怒未息，所以沒有接受這個工作。

後來費雪選擇了羅桑斯德實驗工作站（Rothamsted Experimental Station）的工作，把心力轉向農業研究。他有興趣的東西除了實驗結果，還包括盡可能增加實驗本身的用處。他說：「實驗結束後諮詢統計學家，通常只是要統計學家執行驗屍，大概只能判定實驗的死因⁴。」

費雪研究手上的工作，不清楚執行實驗時該如何把不同的農藥散布在一片土地上。在廣闊的地區執行臨床試驗時，也會遭遇同樣的問題。如果我們比較數種不同的藥物，當然需要確定這些藥物都散布得很廣。但如果只是隨機散播在幾個地點，我們就可能重複選擇相同的地點。在這種狀況下，一種藥物就會集中在單一地區，因此搞砸實驗結果。

假如我們想在16個試驗地點測試4種藥物，這16個地點呈4×4網狀分布。那麼我們該怎麼在這塊區域散播藥物，同時避免藥物集中在相同的地方？費雪在他的代表作《實驗設計》（The Design of Experiments）中提出，我們散播這4種藥物時，每一行和每一列都只能出現一次。如果這片田地一頭土質很好，另一頭土質很差，則每種藥物都應該散播到兩種狀況下。巧的是，費雪提出的模式在另一個領域其實相當常見。在古典建築領域中，這個模式稱為拉丁方陣，參見〈圖2.1〉。

C	D	B	A
B	A	D	C
D	C	A	B
A	B	C	D

拉丁方陣

A	A	B	D
A	B	D	B
A	C	D	C
D	C	C	B

差勁方陣

圖2.1

岡維爾與凱斯學院的彩繪玻璃窗是規模更大的拉丁方陣，只是把字母（每個字母代表一種藥物）換成顏色。費雪的概念除了在古老的食堂受到尊崇，也一直沿用至今。除了農業和醫學，許多產業都會碰到怎麼才能讓某樣東西分布得既隨機又均衡的問題，彩券也不例外。

彩券的目的是賺投注者的錢，它原本是一種名目比較好聽的稅收，通常用以支應重大建築工程。中國建造萬里長城的經費來源⁵，就是漢朝發行彩券獲得的利潤。設立大英博物館的經費，來自1753年發行的彩券取得的收益⁶；長春藤聯盟許多大學⁷，也是依靠殖民地政府發行彩券才得以成立。

現代彩券涵括數種不同玩法，刮刮樂是其中獲利頗高的部分。在英國，刮刮樂大約佔國家彩券總營收的1/4⁸，美國的州彩券公司則藉由銷售彩券賺到數百億美元⁹。彩券獎金往往高達數百萬美元，因此業者都會仔細限制中獎彩券的數量。業者印製彩券號碼時不能採取隨機方式，因為這樣可能導致業者付不出獎金。此外，把一批批彩券隨意

送到各地也是不行的，因為「幸運」彩券有可能集中在某個城鎮。刮刮樂必須具有一定的中獎機率，這樣賽局才公正，但彩券業者又必須以某種方式控制賽局，讓中獎者不會太多或太集中在同一個地方。依照數學家威廉·戈塞特（William Gossett）的說法¹⁰，業者需要的是「控制下的隨機性」。

• • •

默罕·斯里瓦斯塔瓦（Mohan Srivastava）會想到刮刮樂具有一定規則，是因為一個有趣的事件。2003年6月，他買了幾張刮刮樂，其中一張印了幾個井字遊戲。當他刮掉銀色薄膜時，發現有三個符號連成一線，因此贏了三美元。這也讓他開始思考彩券公司如何控制各種獎項¹¹。

斯里瓦斯塔瓦在多倫多擔任統計人員，他推測每一張刮刮樂上可能都有一個暗碼，標註這張是否中獎。他對破解暗碼一向很有興趣，也知道英國數學家比爾·圖特（Bill Tutte）¹²。圖特於1942年破解德國勞倫茲（Lorenz）密碼機¹³，這項成就後來被譽為「第二次世界大戰最重要的智慧成就」。斯里瓦斯塔瓦到附近的加油站兌換獎金時，開始思考彩券公司可能如何分配井字遊戲刮刮樂。他研究這類演算法的經驗相當豐富。他在礦業公司擔任顧問，負責尋找金礦。他念高中時甚至還寫過井字遊戲的電腦程式交作業¹⁴。他發現刮刮樂上每塊銀色區域都有個井字格，當中每個小格裡都印著數字，或許這些數字就是關鍵所在？

當天稍晚，斯里瓦斯塔瓦再到加油站買了一大疊刮刮樂。他仔細檢視這些數字，發現有些數字在刮刮樂上重複出現好幾次，有些則只

出現一次。他詳細觀察許多張刮刮樂，發現如果某一系列包含3個這類特殊數字，通常代表這張刮刮樂會中獎。這個方法既簡單又有效，但問題是：要怎麼找出這類刮刮樂？

可惜的是，中獎的刮刮樂不是很常見。舉例來說，2013年4月16日凌晨，一輛汽車撞進肯塔基州一家便利商店的大門，一名女子跳出車子，一把抓走裝著一千五百張刮刮樂的展示架後上車離去。幾星期後這名女子被捕時¹⁵，總共只贏得兩百美元。

即使斯里瓦斯塔瓦有可靠（又合法）的方法找出保證贏錢的刮刮樂，也不代表他就能因而發財。他算出要花多少時間檢視所有刮刮樂才能找到「幸運」的幾張，發現他還是繼續做現有的工作比較划算。確定換工作不划算之後，斯里瓦斯塔瓦猜想，彩券公司可能會有興趣知道他的發現。他先嘗試打電話給彩券公司，但彩券公司可能認為他也是身懷詐騙系統的賭徒，所以根本沒回他電話。後來他把二十張沒刮過的刮刮樂分成中獎跟槓龜兩組，用快遞寄給彩券公司的安全團隊。當天彩券公司就打電話告訴他：「我們需要好好談一下¹⁶。」

井字遊戲刮刮樂不久後就下架，彩券公司表示問題出在設計瑕疵。但2003年至今，斯里瓦斯塔瓦觀察了美國和加拿大其他彩券，猜測其中幾家發行的刮刮樂仍然有同樣的問題。

2011年，《連線》（Wired）雜誌以斯里瓦斯塔瓦的故事發表專題報導後幾個月，另一篇報導提到德州有一位獲利出奇豐碩的刮刮樂玩家。瓊·金瑟（Joan Ginther）從1993年到2010年間購買德州刮刮樂共得過4次頭獎¹⁷。這純粹只是運氣好嗎？儘管金瑟從來沒透露過她得過多次頭獎的原因，但有人猜測她的統計學博士學位八成與此有關。

值得以科學方式探討的彩券不只是刮刮樂。傳統彩券不包含控制下的隨機性，仍然難逃喜愛數學的投注者用心鑽研。彩券只要有漏

洞，必贏策略就會從大學專題這類看來無害的地方萌生出來。

• • •

就算在麻省理工學院這樣以特立獨行著稱的大學，蘭登宿舍仍然顯得有點怪異。根據該校的傳說，1968年第一批住在這裡的學生原本想把它命名為「蘭登之屋」¹⁸，後來因為蘭登書屋出版社來信抗議才改名。這棟宿舍每層樓也各有各的名字。其中一樓叫做「命運」，原因是居民因為缺錢而在eBay上拍賣這層樓的命名權¹⁹，有一位男士以三十六美元得標，以他女兒的名字命名。另外，這棟宿舍還有學生自己建立的網站²⁰，供住宿學生查看浴室或洗衣間是否還有空位。

2005年，另一項計畫在蘭登宿舍的走廊上成形。詹姆士·哈維（James Harvey）即將拿到數學學位，最後一個學期還得做一個專題，他尋找研究主題時，開始對彩券感到興趣²¹。

麻州州政府為了開發額外財源，於1971年開始發行彩券。麻州彩券公司發行了好幾種彩券，其中最風行的是「威力球」（Powerball）和「兆彩」（Mega-Millions）兩種。哈維認為，比較這兩種彩券應該是不錯的研究主題。然而，這個專題跟其他研究專題一樣越做越大，哈維很快就開始把他的結果跟其他彩券做比較，也包括「現金大贏家」（Cash WinFall）。

現金大贏家於2004年秋季成為麻州彩券的一員。它和威力球等其他彩券不大一樣，其他彩券在別州也能買，但現金大贏家只能在麻州購買。它的規則相當簡單，每張彩券賣2美元，投注者在彩券上任意選擇6個數字。如果這6個數字和開獎結果完全相同，就贏得至少50萬美元的頭獎，如果只有部分數字相同，則可贏得小獎。依照彩券公司的

設計，這種彩券平均每2美元會付出1.2美元獎金，其餘則用於公益用途。從許多方面看來，現金大贏家跟其他彩券沒什麼不同，但其實有個重要的差別。通常如果沒人中頭獎，獎金會自動累積到下一次開獎，持續累積到有人中頭獎為止。這種方式的問題是中獎人數往往相當少（中獎者對彩券公司而言是大大宣傳機會），如果報紙上好一段時間沒出現有人中頭獎的消息，民眾就不會買彩券了。

2003年麻州彩券公司遇到的正是這個問題，兆彩彩券整整一年沒有人中頭獎。該公司覺得應該限制現金大贏家的頭獎金額，以避免這種尷尬的狀況。如果頭獎金額超過200萬美元且無人中獎，頭獎將會「下放」，分給中了3個、4個或5個數字的投注者。

每次開獎前，彩券公司會依據前幾次開獎彩券銷售額，公布預估頭獎金額。預估頭獎金額超過200萬美元時，大家會發現下放週贏錢的機率比平常高得多，因此彩券銷售量一定會大幅增加。

哈維研究彩券時，發現現金大贏家比其他彩券更容易贏到錢。事實上，期望報酬有時甚至是正的：如果頭獎下放，每張2美元的彩券至少可以得到2.3美元。

2005年2月，哈維跟一些MIT同學組成投注集團。大約五十個人集資1000美元購買第一批彩券，開獎之後贏了大約三倍。後來幾年，玩彩券變成哈維的全職工作，到了2010年，他跟團隊成員成立公司。為了紀念在MIT的宿舍，他們把公司命名為蘭登策略投資公司。

其他團隊也跟著投入。有一個團隊由波士頓大學的生醫研究人員組成，另有一個團隊由退休的商店老闆（而且是數學系畢業的）傑拉德·薛爾比（Gerald Selbee）領軍，他曾經在其他地區的類似彩券贏過大獎。2003年，薛爾比發現同樣有下放機制的密西根彩券有個漏洞。他號召超過三十二人的投注團隊，花了兩年大量購買彩券並贏得

多次頭獎，最後這種彩券於2005年停賣。薛爾比的團隊聽說現金大贏家彩券時，把注意力轉向麻州。這些投注團隊紛紛湧至是有原因的一現金大贏家已經成為全美國最容易贏錢的彩券。

2010年夏天，現金大贏家的頭獎再度超過下放底限。8月12日，159萬美元的頭獎無人領取，彩券公司宣布下次開獎的頭獎大約是168萬美元。由於大約再開獎2至3次就會下放，所以投注團隊開始著手準備。到了8月底，他們預計會再贏到數千美元。

但又開了兩次、甚至開了三次獎，頭獎還是沒有下放。又過了一個星期，到了8月16日，不知什麼原因，彩券銷售量大幅增加，獎金總額立刻超過200萬美元。彩券突然大賣使下放提早出現。彩券公司人員跟大眾一樣驚訝，以前從來沒有在預估獎金總額這麼低的狀況下賣出這麼多彩券。到底是怎麼回事？

現金大贏家上市時，彩券公司曾經研究過有人購買大量彩券，刻意造成頭獎下放的可能性。彩券公司知道彩券銷售量取決於預估頭獎金額（以及頭獎是否可能下放），所以不希望因為低估獎金總額而被抓住機會。

彩券公司計算出來，投注者使用投注站的機器購買彩券，機器印出任意號碼的彩券時，每分鐘可以投注100次。如果頭獎金額少於170萬美元，投注者必須買50萬張以上的彩券，才能使頭獎超過200萬美元的下限。因為購買50萬張彩券需要八小時以上，所以彩券公司認為只要頭獎金額低於170萬美元，就沒有人能把頭獎炒到200萬美元以上。

但MIT投注團隊不這麼想。2005年哈維剛開始研究這種彩券時，曾經造訪發行彩券公司所在地布倫特里（Braintree）。他想取得一份這種彩券的指導原則，從中了解獎金如何分配。當時沒有人能幫忙，但到了2008年，彩券公司終於提供了指導原則。這項資訊對他們幫助

極大，在此之前，他們完全只能依靠自己的計算。

他們觀察以往的開獎記錄，發現如果頭獎沒有超過160萬美元，則預估的下次頭獎幾乎一定會低於下限200萬美元。8月16日頭獎被炒高到超過下限是續密計畫的結果。除了等待適當的頭獎金額（必須接近但又低於160萬美元），MIT投注團隊還必須劃記70萬張投注單，完全依靠人工。哈維後來說：「這件事花了我們大概整整一年²²。」他們的辛苦是有代價的²³：那次開獎他們贏到約70萬美元。

可惜的是，獲利沒有持續很久。不到一年，《波士頓環球報》（Boston Globe）刊登一篇報導²⁴，探討現金大贏家的漏洞和藉此獲利的投注集團。2011年夏天，麻州總檢察長葛列哥里·蘇利文（Gregory Sullivan）對此提出詳盡的報告。蘇利文指出，MIT投注團隊等人的行為完全合法，而且斷定「沒有任何人購買中獎彩券的機率受大量投注影響」。然而確實有人利用現金大贏家賺到大把鈔票，這種彩券最後也逐漸消失。

波士頓大學投注集團告訴檢察總長，即使現金大贏家沒有停售，它對投注集團而言也將難以獲利。更多人在頭獎下放時買彩券，使每份獎金變得越來越少。賠錢的風險提高，可能報酬就隨之縮水。在競爭如此激烈的環境中，比其他團隊搶先一步非常重要。MIT團隊成功的原因，是他們比競爭對手更了解彩券一些。他們知道機率和報酬，也知道自已擁有多少優勢。

但是，影響投注成功的因素不只是競爭，還有不算小的物流問題。薛爾比指出，如果某個團隊想在頭獎下放時盡量提高獲利，必須劃記312,000張投注卡，因為這是「統計甜區」。購買這麼多張彩券的過程不一定很順利。投注機在天氣潮濕時會卡住，墨水不足時速度會變緩。有一次，MIT投注團隊準備到一半時停電，有些投注站因而完

全拒絕他們投注。

如何存放和整理買來的彩券也是個問題。投注集團必須保留幾百萬張沒贏錢的彩券，供稅務稽核人員檢視。此外要找出贏錢的彩券也很令人頭痛。薛爾比表示，他從2003年開始玩彩券以來共贏到約八百萬美元²⁵，但開獎之後，他和妻子必須每天花上十小時一張張查看，找出中獎的彩券。

• • •

投注集團一向採取購買大量號碼組合的策略購買彩券，稱為蠻力攻擊法（brute force attack）。最著名的例子是1990年會計師史蒂芬·克林塞維茲（Stefan Klineciewicz）擬定計畫，在愛爾蘭國家彩券贏了一大筆錢。克林塞維茲發現，只要花費不到100萬英鎊，就能包下所有可能號碼組合，因而一定能贏到頭獎。但是要让這種策略奏效，頭獎金額必須夠大。克林塞維茲等待高額獎金出現時，號召了共有二十八人參加的集團。六個月內，這個集團劃了幾千張又幾千張彩券。1992年5月國定假日開獎的獎金共有170萬英鎊，計畫啟動。他們選擇比較偏僻的投注站，開始投注。

大量投注引起彩券公司方面注意，試圖關閉他們使用的投注機，阻止他們投注。結果，集團成員大約只買到80%的可能號碼組合。這樣無法完全保證贏到頭獎，但已經足以取得優勢。開獎之後，投注集團買到了中獎號碼。可惜的是中獎者共有三個，所以他們必須跟其他人共享獎金，不過他們仍然賺到了31萬英鎊。

這類單純蠻力法不需要許多計算就能實行，唯一的障礙是必須買下夠多的彩券。這種方法的人力問題大於數學問題，因此降低了它的

獨佔性。輪盤賭客只需要勝過賭場，彩券投注集團則必須跟同樣試圖贏得頭獎的其他集團競爭。

儘管競爭持續進行，某些投注集團仍然一再（而且合法）獲利，他們的成果凸顯出投注彩券和輪盤的另一項差異。許多彩券投注集團不是一人或小組作業，而是組成公司，他們有投資者，也依法報稅。這個差別反映出科學投注界的普遍改變。以往單槍匹馬的行動，現在已經發展成一個產業。

1 Of the colleges of the University of Cambridge: Gonville and Caius. ‘History’. <http://www.cai.cam.ac.uk/history>.

2 its unique stained-glass windows: 作者本身經驗。

3 Fisher spent three years studying at Cambridge: O’Connor, J. J., and E. F. Robertson. ‘Sir Ronald Aylmer Fisher’. JOC/EFR, October 2003. <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Mathematicians/Fisher.html>.

4 ‘To consult the statistician after an experiment . . .’: Fisher, Ronald. ‘Presidential Address to the First Indian Statistical Congress’. Sankhya 4 (1938):14–17.

5 The Great Wall of China was financed: Campbell, Alex. ‘National Lottery: Why Do People Still Play?’ BBC News Online, October 2013. <http://www.bbc.com/news/uk-24383871>.

6 proceeds from a lottery organised in 1753: Wilson, David. ‘The Briti

- sh Museum: 250 Years On'. History Today 52 (2002): 10.
- 7 many of the Ivy League universities were built: Lehrer, Jonah. 'Cracking the Scratch Lottery Code'. Wired, January 31, 2011. http://www.wired.com/2011/01/ff_lottery/.
- 8 a quarter of the National Lottery's revenues: Bowers, Simon. 'Lottery Scratchcards Fuel Camelot Sales Boom'. Guardian, November 18, 2011. <http://www.theguardian.com/uk/2011/nov/18/national-lottery-scratchcard-sales-boom>.
- 9 American state lotteries earn tens of billions: Scratchcards.org. 'The Lottery Industry'. <http://www.scratchcards.org/featured/57121/the-lottery-industry>.
- 10 To quote statistician William Gossett: Ziliak, Stephen. 'Balanced Versus Randomized Field Experiments in Economics: Why W. S. Gossett aka "Student" Matters'. Review of Behavioral Economics 1, no. 1–2 (2014): 167–208. <http://dx.doi.org/10.1561/105.00000008>.
- 11 how the lottery keeps track: Lehrer, 'Cracking the Scratch Lottery Code'.
- 12 he'd known Bill Tutte: Yang, Jennifer. 'Toronto Man Cracked the Code to Scratch-Lottery Tickets'. Toronto Star, February 4, 2011. http://www.thestar.com/news/gta/2011/02/04/toronto_man_cracked_the_code_to_scratchlottery_ticket.html.
- 13 British mathematician who had broken the Nazi Lorenz cipher: William Tutte obituary. Kitchener-Waterloo Record, May 2002.

- 14 a computer version of noughts and crosses: Yang, 'Toronto Man Cracked the Code'.
- 15 By the time she was arrested: George, Patrick. 'Woman Crashes Car into Convenience Store to Steal 1,500 Lotto Tickets'. MSN Online, May 13, 2013. <http://jalopnik.com/woman-crashes-car-into-convenience-store-to-steal-1-500-504608879>.
- 16 'We need to talk': Yang, 'Toronto Man Cracked the Code'.
- 17 Joan Ginther had won four jackpots: Rich, Nathaniel. 'The Luckiest Woman on Earth'. Harper's Magazine, August 2011.
- 18 wanted to call the dorm 'Random House': Roller, Dean. 'Publisher's Objections Force New Dorm Name'. The Tech, January 1968. <http://web.mit.edu/~random-hall/www/History/publisher-objections.shtml>.
- 19 selling the naming rights on eBay: eBay. 'eBay Item # 1700894687 Name a Floor at MITs Random Hall'. <http://web.mit.edu/ninadm/www/ebay.html>.
- 20 The hall even has its own: Dowling, Claudia. 'MIT Nerds'. Discover Magazine, June 2005.
- 21 he became interested in lotteries: 關於威力球投注集團活動的細節摘自Sullivan, Gregory. 'Letter to State Treasurer Steven Grossman'. July 2012. <http://www.mass.gov/ig/publications/reports-and-recommendations/2012/lottery-cash-winfall-letterjuly-2012.pdf>.
- 22 'It took us about a year to ramp up to it': Sullivan, Letter to State Tr

measurer Steven Grossman.

23 The effort paid off: Estes, Andrea. ‘A Game of Chance Became Anything But’. Boston Globe, October 16, 2011. http://www.boston.com/news/local/massachusetts/articles/2011/10/16/a_game_of_chance_became_anything_but/.

24 the Boston Globe had published a story: Estes, ‘Game of Chance’.

25 Selbee claims to have won around \$8 million: Wile, Rob. ‘Retiree from Rural Michigan Tells Us the Moment He Figured Out How to Beat the State’s Lottery’. Business Insider, August 1, 2012. <http://www.businessinsider.com/a-retiree-from-rural-michigan-tells-us-the-moment-he-figured-out-how-to-beat-the-states-lottery-2012-8>.

Chapter 3

從洛沙拉摩斯國家實驗室，到蒙地卡羅賭場 From Los Alamos to Monte Carlo

比爾·班特（Bill Benter）是全世界成就最大的賭客。他的根據地在香港，他的投注集團多年來已在賽馬投注數百萬美元，也贏得數百萬美元。但班特的賭博事業並非從賽馬開始，甚至跟運動完全無關。

班特還在念書時，在大西洋城的賭場裡看到一個告示牌上面寫著「專業算牌者禁止上桌¹」。這個告示顯然沒什麼作用。大家看到這個告示牌時通常只會想：「哦，原來算牌真的有效！」當時是1970年代末，在此之前，賭場視這種策略為作弊，所以花了十年左右大力取締。賭場的損失大多可以歸咎（或歸功）於前面提過的愛德華·索普（Edward Thorp）。1962年，索普發表《贏過荷官》（Beat the Dealer），書中介紹了一種廿一點必贏策略。

索普雖然被稱為算牌之父²，但這個廿一點必贏策略的點子其實誕生在軍營中。索普發表這本書的十年前，士兵羅傑·鮑德溫（Roger Baldwin）有一次跟同袍在馬里蘭州阿伯丁試驗場打牌，其中一人提議玩廿一點時³，他們的話題就轉到廿一點的規則上。他們對基本原則沒有異議。每個人先拿兩張牌，莊家的牌一張翻開，一張蓋著。接下來玩家可以選擇叫牌，就是再要一張牌，希望點數能大於莊家手上的牌；也可以選擇停叫，維持現有點數。如果多要一張牌之後點數超過21點，玩家就「爆掉」，並輸掉先前下的賭注。

所有玩家都選擇過之後，接著輪到莊家選擇。一名士兵說在拉斯

維加斯，荷官手上的點數大於或等於17點時必須停叫。鮑德溫覺得非常驚奇。荷官必須遵守固定的規則嗎？他跟朋友私下打牌時，莊家想怎麼做都可以。鮑德溫有數學碩士學位，想到這個規則對他在賭場時很有幫助。如果荷官受到嚴格限制，應該就能找出提高贏錢機率的策略。

廿一點跟其他賭局一樣對賭場略微有利。雖然莊家和玩家似乎目標一致，也就是取得最接近21的點數，但莊家的優勢是玩家一定先決定。如果玩家拿到的牌太大，點數超過21點，莊家就不戰而勝。

鮑德溫觀察幾局廿一點範例，發現如果在做決定時，把莊家翻開的那張牌列入考慮，可以提高贏錢機率。如果莊家那張牌的點數很小，可能就必須拿好幾張牌，總點數超過21的風險也因此提高。舉例來說，莊家拿到6點時，爆掉的機率是40%⁴，拿到10點時，爆掉的機率只剩下一半（20%）。因此如果莊家拿到6點，鮑德溫可以在點數較少時停叫而且贏到錢，因為規則會強迫莊家拿太多張牌。

理論上，鮑德溫可以很容易地把這些點子化成必贏策略，然而實際上，廿一點的可能牌局極多，幾乎不可能用紙筆計算。更糟的是，在賭場裡面，玩家的選擇不限於叫牌或停叫。玩家還可以把賭注加倍，此時玩家只能再拿一張牌。另外，如果玩家有兩張點數相同的牌，可以「分牌」，把兩張牌分成兩局。

鮑德溫當然不可能靠手工計算，所以他求助於同樣畢業於數學系的士官威爾伯特·坎替（Wilbert Cantey），看看是否能使用基地的計算機。坎替對鮑德溫的點子很好奇⁵，所以答應幫忙，分析部門另外兩名士兵詹姆士·麥克戴莫特（James McDermott）和赫伯特·梅瑟爾（Herbert Maisel）也來幫忙。

索普在洛杉磯忙著預測輪盤時，另外四個人利用晚上分析贏過荷

官的最佳方法。經過幾個月的計算，他們找到了自己看來最好的策略。不過他們的必贏策略其實並不完美。麥瑟爾後來表示：「以統計學術語來說⁶，我們的期望值仍然是負的。除非你非常幸運，否則長期下來仍然會輸錢。」即使如此，依據計算結果，他們已能把賭場的優勢縮小到只有0.6%。相反地，如果玩家沿用莊家的規則（點數大於或等於17點時就停叫），就有6%的機率會輸錢。他們於1956年發表論文〈廿一點最佳策略〉，提出這個發現⁷。

這篇論文發表時，索普剛好到拉斯維加斯旅行。這次旅行是跟太太一起的放鬆假期⁸，應該上的是餐桌而不是牌桌，但在他們出發之前，UCLA一位教授跟索普提到這幾名士兵的研究成果，索普一向很有好奇心，所以抄下他們的策略，帶著去旅行。

一天晚上，索普在賭場測試這個策略。他坐在桌邊，慢慢看著小抄上的策略，其他賭客都覺得他瘋了。索普在應該停叫時要牌，應該要牌時反而拒絕。他拿到點數很小的牌時把賭注加倍，甚至在莊家手上的牌比他大得多時，還把兩張8分成兩局。他到底在想什麼？

索普的玩牌策略雖然看來亂七八糟，卻沒有把錢輸光。其他賭客一個個輸得精光，離開牌桌，索普卻不動如山。最後，索普的十美元輸掉八美元，決定收手。但這次旅行讓他相信，這幾個士兵的策略遠勝其他策略，也讓他開始思考如何改良這個策略。

為了簡化計算過程，鮑德溫假設牌是隨機發出，52張牌出現的機率相等。但廿一點其實沒那麼隨機。廿一點跟輪盤不同，輪盤每次開盤都（至少應該是）跟前一次開盤無關，但廿一點則帶有某種記憶：莊家手上那副牌會慢慢用完。

索普想，如果他能記下前面發出的牌是哪些，就可幫助他預測接下來可能出現哪些牌。因為他已經握有理論上可立於不敗之地的策

略，所以如果能預測下一張牌是大是小，就能使賭局反過來對他有利的。不久後他就發現，即使只是簡單地記住10的張數，也能贏到錢。索普靠算牌把阿伯丁四名士兵（後來稱為阿伯丁四騎士）的研究結果變成贏錢策略⁹。

雖然索普玩廿一點贏到錢，但這不是他經常去拉斯維加斯的主要理由。他覺得這應該是學術責任¹⁰。他最初提到必贏策略時，大眾的反應其實不怎麼好。很多人嘲笑這個想法，就跟他初次嘗試這個策略時周圍賭客的反應一樣。畢竟，索普的研究挑戰了大眾認為廿一點不可能打敗的想法。索普透過《贏過荷官》這本書證明他的理論是正確的。

• • •

大西洋城那塊告示牌一直在班特心裡揮之不去，所以當他到英國布里斯托大學念一年書時，一聽說索普的書就跑到當地圖書館借來看。這是他這輩子看過最棒的書。他說：「這本書上說世上沒有任何事物是攻不破的¹¹，關於賭場永遠擁有優勢的古老信條已經不算正確。」班特回到美國後，決定暫時離開研究崗位。他離開俄亥俄州克里夫蘭的大學校園¹²，轉往拉斯維加斯的賭場，準備把索普的方法付諸實行。這個決定為班特帶來大把鈔票¹³，他每年可從廿一點賺到八萬美元。

這段期間，班特認識了一個同樣藉助算牌贏到不少錢的澳洲人。班特是從教室走進賭場，艾倫·伍茲（Alan Woods）則是從離開大學後就朝精算方面發展。1973年，澳洲政府委託他的公司¹⁴，計算澳洲第一家合法賭場在賭局中的優勢。伍茲在這個計畫中接觸到玩廿一點

賺錢的方法，其後幾年，他的週末都花在打敗世界各地的賭場上。伍茲認識班特時已經是全職廿一點玩家，但後來狀況對他們這些荷包滿滿的賭客越來越不利。

索普發表他的策略後這幾年，賭場更懂得如何抓出算牌的賭客。算牌除了必須十分專注，最大的問題是必須看過許多張牌才能累積足夠資訊，預測接下來會出現的牌。在這段觀察期中，我們沒有什麼選擇，只能運用鮑德溫的最佳策略，小筆下注，以免輸掉太多，等到確定接下來的牌應該對自身有利時，必須大幅提高賭注，充分發揮優勢。這樣的舉動就是明確的訊號，讓賭場人員很容易抓到算牌的賭客。一位廿一點職業玩家說：「學會算牌很容易¹⁵，但要學會如何不被抓到很難。」

默記牌數在內華達州不違法（記牌本身在其他地方當然也不違法），但這並不表示拉斯維加斯不在意索普和他的策略。賭場是私人產業，所以有權利禁止任何人進入。為了躲過保全¹⁶，索普必須在進入賭場時變裝。由於賭場會留意下注方式的明顯改變，所以賭客開始尋找更好的廿一點攻略法。除了計算牌數，等待狀況變得有利，如果我們預測得到整副牌的出現順序會不會更好？

• • •

二十世紀初數學家大都讀過龐卡赫的機率作品¹⁷，但似乎沒什麼人真正理解。巴黎大學數學家埃米爾·波瑞爾（Émile Borel）就是這少數人之一。波瑞爾對龐卡赫用來說明隨機交互作用（例如水中的油漆）最後將歸於平衡的比喻，特別感興趣。

龐卡赫把這類狀況比做洗牌。如果我們知道一副紙牌的起始順

序，那麼隨意調換幾張牌不會完全打亂順序，我們原本對這副牌所知的一切仍然適用。但洗牌次數越來越多，我們原本所知的就越來越不正確。紙牌就像油漆和水隨時間而混合一樣，分布慢慢變得均勻，每張牌出現在任何一處的機率相同。

波瑞爾受龐卡赫的作品啟發，找出方法計算紙牌達成均勻分布所需的時間。現在我們要計算洗牌或化學交互作用等隨機過程的「混合時間」時，依然需要用到他的研究成果¹⁸。這個成果也幫助廿一點玩家解決一個逐漸膨脹的問題。

為了對抗算牌的賭客，賭場開始使用好幾副牌，有時甚至多達六副，把全部的牌混在一起洗過才開始發牌，讓賭客難以算牌，希望藉此消除玩家的優勢。但賭場沒有想到，這樣會更難有效地洗牌。

1970年代，賭場經常用燕尾法（dovetail shuffle）來洗牌。這種方法是把一副牌分成兩疊¹⁹，然後把兩疊牌交錯穿插在一起。如果牌洗得澈底，兩疊牌落下時完全交錯，則原有資訊完全沒有消失，只要每隔一張牌看一下，就可以知道原始順序了。然而就算兩疊牌隨機落下，仍然會有一些資訊保留下來。

假設你手上有一疊13張牌。如果做一次燕尾式洗牌，紙牌的順序可能會這樣變化：

A 2 3 4 5 6 7 8 9 10 J Q K
 ↓
 A 2 3 4 5 6 7 8 9 10 J Q K
 ↓
 A 2 8 3 9 10 4 5 J 6 Q K 7

洗過的牌完全稱不上隨機，而且有兩個相當明顯的漸增序列（上方分別以一般字體和粗體表示）。其實有些紙牌戲法就是運用這個原理：如果把一張紙牌放入依序排列的一疊牌中，再把這疊牌洗一兩次，這張牌通常會很顯眼，因為它不屬於漸增序列。

數學家已經證明，以總數52張的紙牌而言²⁰，莊家必須洗過至少六次，才能洗掉看得出來的形態。但班特發現賭場很少這麼認真²¹。有些莊家只洗兩、三次，有些甚至覺得洗一次就夠了。

1980年代初，玩家開始用隱藏式電腦記錄牌數。玩家按開關輸入資料²²，當有利狀況出現時，電腦就會震動提示。只要能把洗牌記錄下來，無論賭場用幾副牌都沒有用。此外，這樣還可避免玩家露出馬腳讓賭場保全發現。如果電腦提示下一手可能出現不錯的牌，玩家也不一定要大幅提高賭注獲利。可惜的是對賭客而言²³，這樣的優勢已經消失：1986年起，在美國賭場內使用電腦輔助下注是違法的。

即使賭場沒有取締高科技產品，伍茲和班特等人還有另一個問題。他們跟索普一樣，慢慢發現全球大多數賭場都禁止他們進入。班特說：「你一旦出了名²⁴，這個世界就變得非常小。」因為賭場拒絕入場，他們最後決定放棄廿一點。但他們沒有離開賭博業，而是計畫投入另一個規模大得多的賭局。

• • •

每個星期三晚上，香港的跑馬地馬場都很熱鬧，非常熱鬧。這個馬場位於香港島眾多摩天大樓當中一塊原本是沼澤的土地上，可容納三萬名觀眾。歡呼聲往往蓋過旁邊灣仔區的汽車引擎聲和喇叭聲²⁵。從推擠和嘈雜程度可以想見，在這裡下注的金額有多麼龐大。賭博是

跑馬地生活的重頭戲：2012年每個賽馬日的平均下注金額是1億4500萬美元²⁶。更精確地說，就在同一年，美國肯塔基賽馬創下美國賽馬投注金額新紀錄²⁷，但只有1億3300萬美元。

香港賽馬會負責管理跑馬地馬場，同時負責經營九龍灣另一邊的沙田馬場。香港賽馬會是非營利機構²⁸，一向以經營嚴謹聞名，賭客都相信比賽絕對公正。

在香港下注採取同注分彩（pari-mutuel）制。這種制度並非由賭客以固定的賠率向馬場投注，而是集中所有賭金，賠率則依據每匹馬獲得投注的金額而定。舉例來說，假設有兩匹馬比賽，有200美元押第一匹馬，300美元押第二匹馬，兩筆賭注全都放進彩池中。主辦單位先扣除一筆費用，香港的費用比例是19%，因此如果總賭金是500美元，扣除費用後就剩下405美元。接著要計算每匹馬的賠率，也就是我們每投注1美元可贏到的金額。計算方法是把總賭金（405美元）除以這匹馬獲得的賭注，結果請見〈表3.1〉。

表3.1 賭金揭示牌一例

	投注金額	賠率
1 號馬	200 美元	2.03
2 號馬	300 美元	1.35

同注分彩制的發明者是巴黎實業家約瑟夫·歐勒（Joseph Oller），他也是紅磨坊夜總會的創辦人。這種制度必須不斷計算再計算，才能得出正確的賠率。1913年自動賭金計算器（又稱為賭金揭示牌）問世，這些計算工作才變得容易。自動賭金計算器的發明者喬

治·朱利斯（George Julius）是澳洲人，原本製作的是開票計票機，但澳洲政府對他的設計不感興趣，朱利斯鍥而不捨，把機器修改成用來計算投注賠率²⁹，賣給紐西蘭的賽馬場。

在同注分彩制中，觀眾其實是在彼此對賭。無論哪一匹馬取得冠軍，主辦單位拿到的比例都一樣，因此賠率僅取決於投注者認為哪一匹馬最可能勝出。當然，觀眾選擇賽馬的標準也是五花八門。他們選擇的可能是表現優異的馬兒，也可能是最近贏過幾次比賽，或是在練習時看來很有信心的馬兒。這匹馬可能在特定天氣下或搭配某位騎師時跑得特別好，也可能目前正處於最佳的體重或年齡。

如果下注人數夠多，同注分彩制的賠率可能會停留在「公正」的水準，這個數字代表這匹馬真正的獲勝機率。換句話說，投注市場很有效率，把每匹馬的相關零碎資訊集中起來，讓任何人都掌握不到優勢。我們希望這樣，但事實並非如此。

賭金揭示板顯示某匹馬的賠率為100時，代表投注者認為這匹馬獲勝的機率是1%。不過一般人衡量實力較弱的馬的獲勝機率時，通常會過於樂觀。統計學家比較過一般人對冷門馬投注的金額和冷門馬實際贏到的金額，發現獲勝機率通常比賠率低上許多。相反地，一般人通常會低估熱門馬的獲勝機率。

冷門偏誤（favourite-long-shot bias）意為熱門馬獲勝的機率通常高於賠率值，但是投注熱門馬不一定是好策略。在同注分彩制中，馬場會扣除部分費用，所以投注者有幅度頗大的不利空間需要克服。算牌賭客只需要改良四騎士的打牌策略，扳平賭場的優勢，運動投注者需要的則是在馬場抽頭19%之後，仍然贏得到錢的策略³⁰。

冷門偏誤或許看來明顯，但影響其實沒那麼大，也不是處處相同，某些馬場就比其他馬場更大一些。不過從這裡可以得知，賠率不

一定等於這匹馬的獲勝機率。跑馬地的投注市場跟廿一點一樣，很容易被聰明的賭徒抓到弱點。1980年代，利用這類弱點可以賺到一大筆錢。

• • •

香港不是伍茲最先運用投注方法賭馬的地方。1982年，他在紐西蘭跟一群專業賭客合作，藉助他們的專業眼光找出賠率跟實力不相符的賽馬。可惜的是當時不算很成功³¹。

班特有物理背景又對電腦很感興趣，所以他們打算採取更科學的方法在跑馬地賭馬。但要在賽馬場贏錢，跟要玩廿一點贏錢遭遇的問題大不相同，數學真能協助預測賽馬結果嗎？

他們去過內華達大學圖書館後得到了答案。班特在近期商業期刊中找到加拿大亞伯達大學研究人員露絲·波爾頓（Ruth Bolton）和藍德爾·查普曼（Randall Chapman）撰寫的文章。這篇文章的標題是〈在賽馬場中尋求正報酬〉（Searching for Positive Returns at the Track³²）。在文章一開頭，作者就點出了整篇文章的主要重點，他們寫道：「如果大眾在訂定投注賠率時，出現有系統且顯而易見的錯誤，我們就可藉由高超的投注策略利用這些漏洞。」以往發表的策略大多聚焦在冷門偏誤等眾所周知的賽馬賠率上，波爾頓和查普曼則採用另一套方法。他們開發出一種方法，把每匹馬的出賽勝率或平均速度等公開資訊，轉換成這匹馬獲勝的估計機率。班特說：「這篇論文創造了規模高達數十億美元的產業³³。」那麼它的效果如何呢？

• • •

皮爾森研究蒙地卡羅輪盤的兩年後，認識了法蘭西斯·高爾頓（Francis Galton）這位紳士³⁴。高爾頓是達爾文的表弟，同樣熱愛科學、冒險，也一樣留落腮鬍子。不過皮爾森很快就發現他和達爾文的不同點。

達爾文提出演化論時，花了一些時間歸納這個新領域，提出許多架構和方向，至今他的影響依然存在。如果說達爾文是建築師，高爾頓就是探險家。高爾頓跟龐卡赫同樣很愛提出新想法，不久後又跑去研究其他東西。皮爾森說：「他從來不管有誰跟隨他³⁵，他為生物學家、人類學家、心理學家、氣象學家、經濟學家指引新天地，等他們想跟上來時再跟上。」

高爾頓對統計學也很有興趣。他研究生物遺傳過程多年，認為統計學是理解這個領域的方法，甚至極力說服其他人研究統計學。1875年，高爾頓的七位好友收到豌豆種子³⁶，附有種植豌豆和從果實取出種子的方法。有些人收到重的種子，有些人則收到輕的。高爾頓想知道親代種子的重量是否與子代重量有關。

高爾頓比較種子的大小，發現如果親代種子小，子代種子就會比較大，如果親代種子大，子代種子就會較小。高爾頓把這種現象稱為回歸平庸（regression towards mediocrity）。後來他觀察人類的雙親和子女，也發現有相同的現象。

當然，小孩的外表是許多因素綜合而成的結果，有些因素看得出來，有些則不然。高爾頓發現，我們無法完全了解每個因素的確實作用。但他運用新的迴歸分析方法，可以得知某些因素的影響是否較大。舉例來說，高爾頓發現親代特徵當然很重要，但某些特徵有時會跨越世代，出現在孫子甚至曾孫身上。高爾頓認為，所有祖先都對小

孩的遺傳組成有影響，所以當他聽說麻州匹茲堡一位養馬人發表一張圖說明他一直想詳盡描述的過程時，感到非常高興。這位養馬人A. J. 梅斯頓（A. J. Meston）用正方形代表子代，再把正方形分成更小的正方形，顯示每個祖先帶來的影響。正方形越大，影響就越大。雙親佔一半空間，祖父母佔1/4，曾祖父母佔1/8，依此類推。高爾頓對這張圖十分驚艷³⁷，還於1898年1月寫了一封信給《自然》期刊，建議他們複印這張圖。

高爾頓投入許多時間，研究各項因素對小孩體型等結果造成的影響，而且鉅細靡遺地蒐集資料來支持這項研究。可惜他的數學能力有限，所以無法充分運用這些資料。高爾頓認識皮爾森時，還不知道如何精確計算某個因素的變化對結果有什麼影響。

表 3.2 A. J. 梅斯頓的遺傳組成圖

母親				父親			
外婆		外公		祖母		祖父	
曾外婆	曾外公	曾外婆	曾外公	曾祖母	曾祖父	曾祖母	曾祖父

高爾頓又指引出一片新領域，而憑藉數學才華灌溉這片土地的，則是皮爾森。他們很快就開始把這些概念運用到遺傳問題上。這兩人都把回歸平庸視為潛在問題³⁸：他們很好奇社會怎麼確保未來世代不會失去「優異的」種族特徵。在皮爾森看來，一個國家可以「由較佳

的血統大量補充人口來提升水準」³⁹。

從現代觀點看來，皮爾森有點矛盾。他認為男性和女性在社會和智力方面應該平等，這點和當時其他科學家不一樣。但在此同時，他又透過自己的統計方法，主張某些種族優於其他種族，還宣稱限制使用童工的法律將使兒童成為社會和經濟負擔⁴⁰。現在這些看法都讓人難以接受。儘管如此，皮爾森的作品依然有很大的影響力。1911年高爾頓去世後不久，皮爾森在倫敦大學學院成立史上第一個統計學系。皮爾森以高爾頓提供給《自然》期刊的圖表為基礎，發展出「多重迴歸」方法。他提出一種方法，判定數個可能因素對特定結果的影響程度。

迴歸也成為亞伯達大學研究人員預測競賽結果的主要依據。高爾頓和皮爾森運用這種方法探討小孩的特徵，波爾頓和查普曼則用它，來研究各種因素對賽馬獲勝機率的影響。體重比近日賽事勝率重要嗎？平均速度跟騎師的過往紀錄，又是何者比較重要？

波爾頓年紀很輕時就接觸過賭博。她說：「我很小的時候⁴¹，爸爸帶我去賽馬場，顯然我選到獲勝的賽馬。」儘管這麼小就賭運亨通，但她後來再也沒去過賽馬場。二十年後，她又選到獲勝的賽馬，但這次的方法強大得多。

開發賽馬預測方法的想法，萌芽於1970年代末波爾頓就讀於加拿大皇后大學的時候。當時她想多了解經濟學中的選擇模型（choice modelling）領域。選擇模型的主要功能是探討特定決策的效益和成本。為了完成畢業論文，波爾頓找當時正在研究這個領域的查普曼合作。查普曼對賽局一直很有興趣，已經累積了許多賽馬數據。他們兩人探討如何運用這些資訊預測賽馬結果。這個專題不只讓他們在學術上開始合作，兩人也於1981年結為連理。

結婚兩年後，波爾頓和查普曼把賽馬研究報告投稿到《管理科學》期刊（Management Science）。當時預測方法正逐漸當紅，他們的研究成果也受到嚴格檢視。波爾頓說：「這篇論文的審閱時間相當長。」最後這篇論文修改了四次，終於在1986年夏季出版。

波爾頓和查普曼在這篇論文中，假設某匹賽馬的獲勝機率取決於其實力，他們綜合了幾項測定數據來計算賽馬的特質。其中一項數據是起跑位置，位置數字越小，代表這匹馬起跑時越接近賽道內圈，有助於提高獲勝機率。因此他們猜想，迴歸分析應該能證明起跑位置的數字越大，這匹賽馬的實力越差。

另一個因素是賽馬的體重，但這對實力的影響比較不明顯。某些賽事的體重限制對過重的賽馬有罰則，但速度較快的賽馬體重通常也較重。老派賽馬評論員或許會試著提出看法，說明哪一方比較重要，但波爾頓和查普曼不需要參考這些看法，他們只要讓迴歸分析處理繁重的工作，完成之後直接告訴他們體重與實力的關聯就好。

在波爾頓和查普曼的賽馬模型中，實力取決於體重、近幾場賽事的平均速度和起跑位置等九個可能因素。要說明不同因素對賽馬實力的影響，高爾頓提供給《自然》期刊的圖表似乎相當好用，然而真實世界不像圖表看起來那麼單純。高爾頓的圖表雖然說明了親屬對小孩特徵可能造成的影響，但這張圖表並不完整，因為並非所有特質都會遺傳。環境因素也可能造成影響，而且這類影響或許不一定察覺得到。此外，圖表中的方塊涇渭分明（例如父親和母親等），但其實可能互相重疊。如果小孩的父親有某種特徵，祖父或祖母可能也有，所以我們不能說影響因素之間完全互不相關。賽馬也是一樣。因此除了影響表現的九個因素，波爾頓和查普曼還在賽馬實力預測中，添加了一個不確定因素，這個因素代表影響賽馬表現的未知影響，以及特定

賽事的癖好等。

查普曼夫婦評定賽馬的實力之後，把評量結果轉換成每匹賽馬獲勝的預測機率。他們的方法是計算賽事中所有賽馬的實力總和。某匹賽馬的獲勝機率，取決於牠在實力總和中所佔的比例。

為了了解哪些因素有助於進行預測，波爾頓和查普曼比較了他們提出的模型和兩百場賽事的實際數據。賽事結果儲存在好幾十張電腦打孔卡片上，處理這些資訊本身就是大工程。波爾頓說：「我拿到的時候，這些資料是裝在大箱子裡。有好幾年時間，我帶著這個箱子來來去去。」把這些結果輸入電腦也是個大挑戰，輸入一場賽事的資料大概要花上一個小時。

波爾頓和查普曼發現，在他們探討的九個因素中，平均速度對賽馬獲得名次的影響最明顯。相反地，體重似乎對預測沒有影響，所以它可能完全無關，也可能它造成的影響被其他因素掩蓋，就像祖父對小孩外表的影響可能被父親的影響掩蓋一樣。

影響最大的因素可能會讓人感到意外。在班特模型的早期版本中，賽馬先前參與過的賽事次數，對於預測的影響相當大，但從直覺上很難理解這個因素為什麼這麼重要。有些賭客可能會試圖提出解釋⁴²，但班特不願猜測理由，因為他知道不同因素可能會互相重疊。他不試圖解釋出賽次數為何有影響等問題，而是專注於提出符合實際比賽結果的預測模型。他跟尋找有偏誤的輪盤賭客一樣，不需要理解背後的理由，也能做出不錯的預測。

當然在其他領域，我們必須弄清楚某個因素對結果究竟有多少影響。高爾頓和皮爾森研究遺傳時，健力士（Guinness）啤酒廠正在嘗試延長黑啤酒的適飲時間。這項任務由優秀的年經統計學家威廉·戈塞特（William Gossett）負責⁴³。1906年冬天，他在皮爾森的實驗室工

作。

投注集團無法控制賽馬的體重等因素，但健力士可以調整釀造啤酒的原料。1908年，戈塞特運用迴歸研究啤酒花對啤酒適飲時間的影響。如果不加啤酒花，啤酒可以保存12至17天，添加適量的啤酒花後，適飲時間可以延長數個星期之久。

投注集團沒興趣知道某些因素為什麼特別重要，但很有興趣知道自己做的預測是否正確。用他們剛剛分析過的賽事數據來檢驗預測是否正確，似乎是最顯而易見的方法，但這麼做其實並不明智。

艾德華·勞倫茲（Edward Lorenz）開始研究混沌理論之前，曾於第二次世界大戰期間在美國空軍（US Air Corps in the Pacific）擔任預報員。1944年秋天，他的團隊針對西伯利亞和關島間航線的天氣狀況，提出一連串正確無比的預測。至少從飛行這條航線的飛機提交的報告看來，他們的預測毫無差錯。勞倫茲很快就發現這麼驚人的正確率從何而來—飛行員因為忙於其他工作⁴⁴，所以直接把預報內容寫成實際天氣狀況。

投注集團以用於校正模型的賽事資料來檢驗投注預測，也會出現同樣的問題。事實上，要建立一個看來無懈可擊的模型相當容易。針對每次賽事結果，他們可以納入一個影響哪匹賽馬最先到達終點的因素。接下來，他們可以調整這些因素，讓這些因素與實際贏得每場賽事的賽馬完全吻合。這樣一來，他們似乎得出一個無懈可擊的模型，但這麼做其實是用實際結果來撰寫預測。

投注集團如果想知道某個策略未來是否有效，就必須了解這個策略預測新事件的準確程度，因此他們蒐集過往賽事的資訊時，會先把大部分資料放一邊，用其他資料評估模型中的因素，再以尚未使用過的結果檢驗預測是否正確，藉以檢視此模型的實際效果。

以新資料檢驗投注策略，也有助於確定模型是否符合「奧坎剃刀」（Occam's razor）這個科學原理。這個原理指出：如果某個事件有數種解釋，而我們必須從中選擇一種，那麼最好選擇最簡單的。換句話說，如果想建立某個真實過程的模型，就應該排除不需要的特徵。

比較預測內容和新資料，可以幫助投注集團避免把過多因素納入模型，但他們仍然必須評估模型的實際效果。評定預測準確程度的方法之一，是使用統計學家說的「決定係數」（coefficient of determination）。這個係數的範圍是0到1，可以看成是評定模型鑑別能力的方式。0代表這個模型完全沒有幫助，投注者還不如隨意選擇可能獲勝的賽馬；1則代表預測完全符合實際結果。波爾頓和查普曼的模型的值是0.09，比隨意選擇好一點，但這個模型仍然少了許多因素。

這個問題有一部分源自他們使用的資料。他們分析的兩百場賽事資料來自美國的五個賽馬場。這其中有許多隱含的資訊：賽馬是在不同條件下，由不同的騎師駕馭，跟大同小異的一群對手比賽。如果使用大量賽事資料，或許有可能克服其中某些問題，但只有兩百場資料可能嗎？這點令人存疑。此外，這個策略或許能夠奏效，但前提是賽事條件的差異少一點。

• • •

如果我們必須設計一個實驗來研究賽馬，這個實驗看起來大概會很像香港。在兩個賽馬場之一舉行賽事，我們的實驗室條件會相當一致。實驗受試者同樣沒有太多變化：美國有數萬匹賽馬在全美各地比賽，在香港則大約只有一千匹。這些賽馬每年大約有六百場賽事，彼

此不斷競賽，因此我們可以觀察到好幾次雷同的賽事，就像皮爾森希望看到的一樣。此外，香港跟蒙地卡羅和懶惰的輪盤記者不一樣的是，香港還有大量關於賽馬和表現的公開紀錄。

班特剛開始分析香港賽馬資料時，發現要提出正確預測，至少必須有五百至一千場賽事的資料。如果少於這個數目，就不足以確定每個因素對表現的影響，也就是模型的可信度將會不足。相反地，如果賽事資料超過一千場，對預測正確程度的幫助也不大。

1994年，班特發表一篇論文⁴⁵，介紹他的基本投注模型。他在論文中列出一個表格，說明他的預測與實際賽事結果的對照。他的預測結果看來相當不錯，除了間或出現的少數差異，整個模型跟真實結果十分接近。然而班特卻說這些結果中隱含著重大缺失，如果用這些預測結果來投注，八成會輸個精光。

• • •

假設你繼承了一筆錢，想用這筆意外之財買下某個地方的一家小書店。著手實行這個目標的方法有好幾種。你可以列出幾家想買下的店，走進每家書店看看庫存量，詢問管理人員，檢視一下帳戶；也可以跳過紙上作業，直接坐在店外計算有幾個顧客走進店裡，一共買了幾本書。這些各有千秋的策略反映出大眾投資的兩種主要方式。深入研究一家公司稱為基本分析（fundamental analysis）⁴⁶，而觀察其他人對這家公司的長期看法，則稱為技術分析（technical analysis）。

波爾頓和查普曼的預測採用技術分析法。這類方法必須有充足的資訊，並且盡可能採用最好的方式來過濾。評論員的看法在分析中沒什麼作用，其他人在做什麼和他們選擇哪些賽馬也無關緊要。這個模

型不理會投注市場，好像是在真空中進行預測一樣。

雖然我們可以與世隔絕地預測賽事，但投注就不可能這樣了。投注集團如果想靠賽馬賺錢，就必須贏過其他投注者，基本分析法這時候就會遭遇問題。班特比較他的基本模型提出的預測和公開賠率時，發現一個令人憂心的偏誤。他用他的模型找出「重疊者」，也就是依據模型得出的獲勝機率大於其賠率的賽馬。如果想贏過其他投注者，就應該下注這些賽馬。但班特觀察實際賽事結果時，這些重疊者的獲勝機率其實沒有預測的那麼高，牠們真實的獲勝機率介於模型提出的機率和賠率呈現的機率之間。基本分析法顯然忽略了什麼。

即使投注集團握有優異的模型，大眾對賽馬獲勝機率的看法（賭金揭示牌上顯示的賠率）也非完全無關，因為並非所有賭客都是依據公開資訊圈選賽馬。有些人或許知道騎師的比賽策略，或者賽馬的餵食和訓練時間表。他們藉由這些小道消息取得優勢時，就會影響賭金揭示牌上的賠率。

當然我們也可以綜合兩方面的專業意見，同時參考模型預測和其他賭客的看法（依據賭金揭示牌上的賠率）。班特就是這麼做的。他的模型一開始仍然忽視公開賠率，先以不考慮投注的方式提出第一組預測，接著再結合大眾的看法。每匹賽馬的獲勝機率，是這匹馬在模型中的獲勝機率和目前賠率呈現的獲勝機率之間的權衡，權衡結果可能偏向任何一方，只要找到正確的平衡點，就能正確預測，賺進真金白銀。

• • •

伍茲和班特到達香港時，並未立刻取得成功。班特花費一年時間

設計統計模型，伍茲則試圖利用冷門偏誤賺錢。他們帶了十五萬美元來到亞洲，兩年之後全部用得精光。此外也沒有投資人對他們的策略感到興趣。伍茲後來說：「大眾對這套方法沒信心⁴⁷，就算獲利率有100%都不想投資。」

1986年，狀況似乎轉好了。他們撰寫了數十萬行程式之後，班特的模型終於可以開始運作。他們也蒐集了充足的賽事結果，以便提出正確預測。他們用這個模型選定賽馬投注，當年賺到十萬美元。

第一個賽季成功之後，他們因為意見不合而分道揚鑣⁴⁸。不久之後，伍茲和班特各自成立投注集團，繼續在香港互相競爭。後來伍茲承認班特團隊的模型比較好，但其後幾年，兩個集團的獲利都大幅增加。

現在香港有數個投注集團運用模型預測賽馬結果。由於賽馬會抽成的緣故，所以單靠選取冠軍賽馬這類單純投注方式很難獲利，因此投注集團轉向比較複雜的投注法。這些投注法包括三重彩（trifecta）：投注者正確選出獲得前三名的賽馬及名次，就可贏得彩金；另外還有三T：也就是連續三場贏得三重彩。雖然這類特殊投注法的報酬很高，但容許的誤差也小得多。

波爾頓和查普曼的模型有個缺陷，就是它對每匹賽馬設定的不確定程度都相同。這樣比較容易計算，但同時犧牲了一些真實性。為了說明這個問題，我們先假設有兩匹賽馬，第一匹馬表現穩如泰山，永遠以大致相同的時間跑完比賽，另一匹則變化較大，有時比第一匹馬快很多，有時又慢很多。因此，這兩匹馬完成比賽的平均時間相同⁴⁹。

如果只有這兩匹馬比賽，則牠們獲勝的機率相等，還不如拋硬幣決定勝負。但如果有好幾匹馬參賽，每匹馬的不確定程度都不同的

話，又會怎樣？如果有個投注集團想正確地選出前三名，就必須解釋這些差異。多年以來，即使是最優異的賽馬預測模型，也做不到這一點。但近十年來，投注集團發現了一種方法，用來預測每匹馬的不確定性各不相同的賽事結果。讓他們達成這個目標的原因，不只是電腦運算能力提升。這種預測方法還運用一種古老得多的概念，這個概念出自一群研究氫彈的數學家之手。

• • •

1946年1月某天晚上，史丹尼斯羅·烏蘭（Stanislaw Ulam）頭痛欲裂，上床睡覺。第二天早上醒來時，他沒辦法講話了。他趕緊前往洛杉磯一所醫院，外科醫師在他的頭骨鑽了一個洞，發現他的大腦因為感染而腫脹得很厲害⁵⁰，因此用盤尼西林治療暴露的組織，抑制病症發展。

烏蘭出生在波蘭，他離開歐洲前往美國後幾個星期，波蘭就在1939年9月落入納粹手中。他原本主修數學，但第二次世界大戰期間大多在洛沙拉摩斯國家實驗室研究核彈。戰爭結束後，烏蘭在UCLA擔任數學教授。這裡其實不是他的第一選擇⁵¹。許多人謠傳洛沙拉摩斯實驗室將在戰爭後結束，所以烏蘭應徵了幾所著名大學，但都被打了回票。

1946年復活節，烏蘭接受手術後已經完全康復。住院讓他有時間思考自己的選擇，他決定辭去UCLA的工作，回到洛沙拉摩斯實驗室。實驗室不但沒有關閉，美國政府還挹注了大量經費。許多研究工作與製造暱稱為超級寶貝（Super）的氫彈有關。烏蘭回到洛沙拉摩斯實驗室後，有幾個障礙尚未解決，其中最重要的是，研究人員需要方

法來預測爆炸中的核子連鎖反應，也就是要知道核彈中原子核碰撞的頻率，以及會釋放出多少能量。讓烏蘭沮喪的是，傳統數學方法算不出這個答案。

烏蘭跟許多數學家不一樣，他不喜歡花很多時間鑽研問題。一位同事還記得他有一次要在黑板上解一個二次方程式。「他全神貫注，皺著眉毛，用小小的字寫著方程式。最後總算解決時⁵²，他轉過身來，輕鬆地說：『我覺得我今天的工作已經完成了。』」

烏蘭喜歡專注於創造新概念，技術細節交給其他人處理就可以了。他以創造性方式解決的不只是數學問題。1943年冬天，他在威斯康辛大學工作時，發現有幾位同事突然不來上班了。不久之後，烏蘭收到邀請函，邀請他加入新墨西哥州一項研究計畫，信中沒有說明計畫的內容。烏蘭感到很好奇，就到學校圖書館查找新墨西哥州的資料，最後發現只有一本書介紹這個州。烏蘭看了一下最近有誰借過這本書。他說：「突然間我知道這些人都跑到哪裡去了⁵³。」他瞥了一下其他人的研究領域，很快就想到他們在沙漠裡做些什麼。

• • •

氫彈計算變成一連串數學死胡同時，烏蘭想起一個他住院時思考過的謎題。當時他接受手術後逐漸康復，玩撲克牌接龍打發時間。在某一局中，他想算出某種牌面組合出現的機率。他發現必須計算一大串機率，而他最受不了這種單調乏味的事了，所以想到只要把牌排出來幾次，看看會怎麼樣，或許會比較快。只要重複實驗的次數夠多，則完全不需要計算，就能知道答案。

烏蘭很好奇這種技巧是否有助於解決中子問題，因此拿這個點子

去跟最要好的同事討論。這位同事是數學家約翰·馮紐曼（John von Neumann）。他們認識已經超過十年，1930年代是馮紐曼建議烏蘭離開波蘭，來到美國。1943年時也是他邀請烏蘭加入洛沙拉摩斯實驗室。他們兩人搭配得恰到好處，胖胖的馮紐曼穿著乾淨整潔的西裝，永遠穿著外套。烏蘭則對衣著漫不經心，眼睛閃著藍光。

馮紐曼機智又講究邏輯，有時甚至有點遲鈍。有一次他坐火車時覺得肚子餓，還請列車長派三明治銷售員過來。列車長冷冷的說：「我看到他就會叫他過去。」馮紐曼回答：「可是火車不是直線嗎？」⁵⁴」

烏蘭說明他玩接龍的想法時，馮紐曼立刻發現這個方法很有潛力。他找來物理學家尼可拉斯·梅特羅波里斯（Nicholas Metropolis）幫忙，提出一種方法，以重複模擬中子碰撞來解決連鎖反應。剛好洛沙拉摩斯實驗室裝好了可編程電腦，這個方法得以付諸實行。然而因為他們在政府機關工作，所以必須為新方法取個代號，為了向烏蘭好賭的叔叔致意，梅特羅波里斯提議把它叫做「蒙地卡羅法」。

這個方法必須重複模擬隨機事件，所以他們必須使用大量的隨機數字，烏蘭開玩笑說，他們應該請個人坐在那裡整天擲骰子。他的隨口說笑指出一個不幸的事實：產生隨機數字其實是個困難的工作，而他們需要許多隨機數字。即使十九世紀末的蒙地卡羅記者都很誠實，皮爾森恐怕也很難為洛沙拉摩斯這些研究人員製造數量夠用的隨機數字。

創意十足的馮紐曼立刻想出以簡單演算法製造「虛擬隨機」數字的方法。儘管這個方法做起來很容易，但馮紐曼知道它有缺陷，主要原因是它無法產生真正的隨機數字。後來他開玩笑說：「任何人只要想用演算方式製造隨機數字就是犯罪⁵⁵。」

電腦運算能力越來越強大，優異的虛擬隨機數字也越來越容易取得，蒙地卡羅法逐漸成為科學家的重要工具。索普甚至曾在《贏過荷官》中運用蒙地卡羅模擬來擬定策略。然而，賽馬的狀況沒有那麼單純。

在廿一點中，可能出現的紙牌組合非常多—多到用手算解不出來，但用電腦算可不見得。再比較一下，賽馬預測模型可能有超過一百個因素需要考慮，調整每個因素的影響程度，從而改變預測的方法有無限多種。如果只是隨意選擇不同的影響程度，很可能無法找出最佳模型。我們每次的新猜測成為最佳猜測的機率相等，因此這不是找出理想策略的好方法。理想上，我們每次猜測都應該比上一次更好，也就是說，要找出包含某種記憶的方法。

• • •

二十世紀初，龐卡赫和波瑞爾不是唯一對洗牌感到好奇的研究者。俄國數學家安德列·馬可夫（Andrei Markov）一向以才華洋溢和脾氣暴躁聞名，他年輕時甚至有個外號叫「憤怒安德列⁵⁶」。

1907年，馬可夫發表一篇探討含有記憶的隨機事件的論文，論文中有個例子就是洗牌。如同數十年後索普所發現的，一疊紙牌洗過後的順序取決於先前的排列。此外，這個記憶的留存時間相當短，要預測下一次洗牌的效果，我們只要知道目前的順序，多知道前幾次洗牌之前的順序其實沒有用處。由於馬可夫的研究，這個單次記憶被稱為「馬可夫性質」（Markov property）。如果某個隨機事件重複數次，就稱為馬可夫鏈（Markov chain）。從洗牌到蛇梯棋，馬可夫鏈在機會賽局中相當常見，在尋找隱含資訊時也很有幫助。

還記得燕尾洗牌法至少要洗六次才能把一疊牌充分弄亂嗎？提出這個結果的數學家之一，是史丹佛大學教授裴爾西·戴爾康尼斯（Persi Diaconis）。戴爾康尼斯發表關於洗牌的論文後幾年，一位地區監獄心理學家在史丹佛大學提出另一個數學謎題⁵⁷。這位心理學家拿出許多從囚犯身上搜出來的密碼訊息，每個訊息都是由圓圈、點和線構成的符號。

戴爾康尼斯決定把這些密碼交給學生馬克·柯蘭（Marc Coram）當成挑戰。柯蘭猜想這些訊息使用替換式密碼，每個符號代表一個字母。困難之處在於找出哪個符號是哪個字母。有個方法是以嘗試錯誤方式解決這個問題。柯蘭可以用電腦不斷調換字母，檢視形成的文字，直到出現合理的訊息為止。這種方法就是蒙地卡羅法。他最後或許能解出訊息，但可能需要花上很長的時間才能完成。

柯蘭並未每次都重新開始隨機猜測，而是運用洗牌的馬可夫性質，慢慢改進猜測內容。首先，他需要一個方法來評量某個猜測是否符合實際。他下載了小說《戰爭與和平》，找出各種字母配對出現的頻率。如此一來，他就可以知道每個特定配對出現在一段文字中的機率。

每一回合猜測中，柯蘭會隨機調換密碼中的幾個字母，檢視猜測是否有進展。如果訊息中包含的實際字母配對多於先前的猜測，柯蘭就採用新訊息，接著進行下一次猜測。如果訊息的實際程度變差，他通常會保持不變，但偶爾也會選擇實際程度比較低的密碼。這種狀況有點像玩魔術方塊。最快的解決方法中，有時會有一步看來像在走回頭路。而且如同魔術方塊一樣，如果一味求進展，往往永遠找不出最佳解決方法。

把蒙地卡羅法和馬可夫的記憶性質兩者結合，這點子出自洛沙拉

摩斯實驗室。1943年梅特羅波里斯加入團隊，負責研究這個也讓龐卡赫和波瑞爾感到困擾的問題：如何理解個別分子間的交互作用。要理解這件事，必須解開描述粒子碰撞的方程式，這個令人沮喪的任務交給了當時還相當原始的計算機。

跟這個問題纏鬥多年後，梅特羅波里斯等人發現⁵⁸，把蒙地卡羅法的蠻力跟馬可夫鏈結合起來，就能推斷出這些交互作用粒子構成物質的性質，如果能更正確地猜測，我們還能逐漸發掘直接觀察無法發現的值。這個技巧稱為「馬可夫鏈蒙地卡羅法」（Markov chain Monte Carlo），跟柯蘭後來用於解讀囚犯訊息的方法相同。

柯蘭後來以電腦輔助，猜測了幾千次，才解開囚犯的密碼，已經比單純的蠻力法好很多。其中一條囚犯訊息提到，有一次打架的起因很不尋常：「拳師一直大喊大叫，我跟他說，拜託老兄你安靜一點，我在下西洋棋。」

破解囚犯密碼時，柯蘭必須使用一組未觀察值（對應每個符號的字母），用可觀察的字母配對來評估。而在賽馬中，投注集團碰到的問題大同小異。投注集團不知道每匹馬的不確定程度，或是每個因素對預測分別有什麼影響，但在特定的不確定程度和因素組合下，他們能夠評定預測結果與實際賽事結果的符合程度。這種方法是典型的烏蘭法。他們沒有試圖自行解開一連串極為難解的方程式，而是把這個工作丟給電腦。

近幾年來，馬可夫鏈蒙地卡羅法協助投注集團提出更精準的賽事預測⁵⁹，甚至能預測輸贏更大的三T等結果。但是優秀的賭客不只需要優勢，還必須知道該如何運用優勢。

如果你押1美元賭拋硬幣時出現背面，則公平支出是1美元。如果出現背面時有人會給你2美元，那麼這個人就是對你讓利。你有一半的

機會贏到2美元，但另一半機會則是輸掉1美元，因此期望獲利是0.5美元。

如果有人讓你任意放大這類讓利賭局，你會押多少錢？全部？還是一半？如果押太多，你可能會在只有一半贏錢機率的賭局中輸掉全部的錢，如果押太少，又沒辦法充分運用手上的優勢。

索普提出必贏廿一點策略後，把眼光轉向這類資金管理問題。如果我們對賭場握有一定優勢，最佳投注金額應該是多少？他發現答案就在「凱利準則」（Kelly criterion）公式中。這個公式的名稱⁶⁰，來自1950年代跟克勞德·夏農（Claude Shannon）一起工作的德州物理學家約翰·凱利（John Kelly）。凱利主張，長期看來，我們應該投下的資金比例，等於期望獲利除以可能贏到的金額。

以前面的拋硬幣賭局而言，凱利準則就是期望報酬（0.5美元）除以可能贏得金額（2美元），結果等於0.25，也就是我們應該投下1/4的可用資金。理論上說來，押這樣的金額可確保有不錯的獲利，同時降低損失資金的風險。賽馬也可用類似的方法計算。投注集團依據模型，知道每匹馬的獲勝機率，此外依據賭金揭示板，還能知道大眾認為這匹馬獲勝的機率。如果大眾心目中的獲勝機率低於模型的預測，就有機會贏到錢。

雖然凱利準則用在廿一點相當有效，但仍然有些缺點，尤其是用在賽馬上。首先，這個公式假設我們知道這個事件的真實機率。硬幣出現正面的機率我們當然知道，但賽馬就沒有那麼單純了：模型只能估算某匹賽馬獲勝的機率。如果一個集團高估某匹賽馬的獲勝機率，凱利準則將導致他們投注過多，提高輸錢的風險。如果經常高估到2倍⁶¹（例如某匹賽馬的獲勝機率只有25%，但估計成50%），最後將導致破產。因此，投注集團通常只會投下（凱利準則）建議金額的一半

或1/3。這樣可以降低「被馬踢到」，輸掉一大筆（甚至全部）財產的風險⁶²。

減少投注金額還可協助投注集團克服香港投注市場中的特殊癖好。如果認為投注某匹賽馬會有很大的期望報酬，凱利準則會要我們投下很多錢。在極端狀況下，當我們很確定結果時，就應該投下全部的錢，但在同注分彩制中，這麼做不一定正確。一匹賽馬的賠率取決於投注總金額，所以投注的人越多，贏錢時分到的錢越少。

即使只是一筆投注，只要夠大也能改變整個市場。舉例來說，如果比較模型預測和目前賠率，我們或許會發現投注某匹賽馬時，期望報酬會有20%。投下1美元時，整體賠率改變很小，所以如果這匹賽馬贏了，我們還是可以賺到0.2美元。但如果口袋很深，可能就不只投注1美元，凱利準則當然也會要我們這麼做。但如果真的投注100美元，賠率可能就會降低一點，所以實際獲利會變成19%，但還是可以賺到19美元。

我們或許會決定放手一搏，投下1000美元。這樣會使賠率變化不少。如果已經有幾千美元投注這匹賽馬，這樣將使期望獲利降到10%，也就是報酬只有100美元。最後出現一個交叉點，過了這個點之後，投注越多反而會使獲利降低。如果2000美元的期望報酬只有4%，我們最好還是下注少一點。

除了投注金額可能改變市場，我們還有其他問題必須解決。先前所有計算都假設我們是最後一個投注者，所以知道公開賠率，但是實際上，提出最佳策略沒有那麼直接了當。在賽馬場上，賭金揭示板會有少許時間差，有時可能多達三十秒，因此在我們選定賽馬後，可能還會有其他人下注。

一個集團投注之後，香港跑馬地的總彩池可能多達30萬美元，但

到比賽開始時可能還會增加10萬美元。投注集團決定投注方式時，必須隨這類狀況調整，否則一個起初看來會賺到一大筆錢的策略，最後可能只賺到一小筆，但也不能假設這些額外的錢會投注給任一匹賽馬。近十年左右，科學化投注越來越普遍，現在香港已經有好幾個投注集團活動，使用模型預測賽事結果。這些集團可能會在最後一分鐘下注。班特說：「最後的投注通常很精準⁶³。」因此投注集團必須假設最壞狀況，其他人也可能投注他們最看好的賽馬，因此可能會有更多人來瓜分獲利。

• • •

投注集團開始在香港使用科學化投注法之前，賽馬必贏投注策略很少見。現在這類技巧效果極佳⁶⁴，而且能持續贏錢，因此班特等投注集團在預測正確時，不會大肆慶祝。班特早年成功的原因，主要源自香港賭客擁有的獨特環境。在跑馬地賽馬場，賭客不需要自己到賽馬場，也可以打電話下注。這是班特和伍茲選擇香港的主要原因之一⁶⁵。香港少了一層障礙，讓他們專注於更新電腦預測，不需要擔心如何及時下注。再加上資料容易取得和投注市場活躍，因此香港是實行他們的投注策略的理想地點。

慢慢地，其他人也發現香港的優點。結果，投注集團要在香港賽馬場賺到錢變得極為困難。香港的競爭越來越激烈，波爾頓和查普曼首先提出的點子，也流傳到美國等其他地區。近十年來，科學化投注已經成為美國賽馬界的重要部分。根據估計，使用電腦預測的投注集團，每年在美國賽馬場大約投注20億美元⁶⁶，佔總投注金額將近20%。要不是數個大型賽馬場禁止電腦投注集團投注，這個金額會更

龐大。

投注集團也瞄準其他國家的賽事，例如瑞典的馬車賽⁶⁷。這種比賽是由馬拉著雙輪馬車和車夫在賽馬場比賽，就像古代的羅馬戰車賽一樣，只是沒有刀劍和斗蓬。在澳大利亞和南非的賽馬場，這類投注技巧也越來越風行。這個點子起初只是學術研究，後來卻成為遍及全球的跨國產業。

值得一提的是，成立科學化投注集團的成本不低，要取得必要的技術和專業（以及精進預測方法和投注），通常至少需要100萬美元。由於投注策略運行成本很高，所以美國投注集團通常會尋找提供有利賭博條件的賽馬場。有些賽馬場已經注意到投注集團大筆下注造成獲利下降，現在也鼓勵電腦投注方法，甚至還跟投注集團達成協議，在集團大筆投注時提供現金回饋。

這些困難代表的是，儘管波爾頓和查普曼很喜愛賽馬預測解決問題的一面，但他們對賭博其實沒有興趣。他們了解這些策略牽涉的成本和後勤支援，所以依然樂在學術。波爾頓說：「我們會開玩笑說，我們也應該下注⁶⁸。有時我們會聽說有人賺了多少錢，投注的金額又有多大，我們對這些都沒興趣。」

科學化賽馬投注的成功十分重要，因為從古到今，賭客預測結果的正確程度一直有限，而且不只是賽馬有這個問題。無論投注運動或政治活動，取得必要資料和建立可信的模型通常很不容易。就算賭客真的提出優異的預測，這些策略往往也不容易實行。但從二十一世紀開始，這些狀況都改觀了。

- 1 ‘Professional card counters are prohibited’: Yafa, Stephen. ‘In the Cards’. The Rotarian, November 2011.
- 2 Thorp has been called the father of card counting: 提到這點的資料來源很多，有個著名的例子是出版社的文宣：艾德華·索普，《贏過荷官》（蘭登書屋出版，1962年）。
- 3 When one of the men suggested a game of blackjack: Kahn, Joseph P. ‘Legendary Blackjack Analysts Alive but Still Widely Unknown’. The Tech, February 2008. <http://tech.mit.edu/V128/N6/blackjack.html>.
- 4 the dealer had a 40 per cent chance: Baldwin, Roger, Wilbert E. Cantey, Herbert Maisel and James P. McDermott. ‘The Optimum Strategy in Blackjack’. Journal of the American Statistical Association 51, no. 275 (1956): 429–439.
- 5 Intrigued by Baldwin’s idea: Haney, Jeff. ‘They Invented Basic Strategy’. Las Vegas Sun News, January 4, 2008.
- 6 ‘In statistical terms’: Kahn, ‘Legendary Blackjack Analysts Alive’.
- 7 The four men published their findings: Baldwin et al., ‘The Optimum Strategy in Blackjack’. 這四名士兵後來也寫了一本供一般大眾閱讀的《廿一點怎麼玩》（Playing Blackjack）。麥克戴莫克表示這本書總共賺了28美元（資料來源：Kahn, ‘Legendary Blackjack Analysts Alive’）
- 8 It was meant to be a relaxing holiday: Thorp, Edward. Beat the Dealer (New York: Random House, 1962).

- 9 Thorp gradually turned the research: Kahn, 'Legendary Blackjack Analysts Alive'.
- 10 He saw it more as an academic obligation: Towle, Margaret. 'Interview with Edward O. Thorp'. *Journal of Investment Consulting* 12, no. 1 (2011): 5–14.
- 11 'It showed that nothing was invulnerable': Author interview with Bill Benter, July 2013.
- 12 Switching his university campus in Cleveland: Yafa, Stephen. 'In the Cards'. *The Rotarian*, November 2011.
- 13 The decision was to prove extremely lucrative: 同前。
- 14 His firm was commissioned by the Australian government: Dougherty, Tim. 'Horse Sense'. *Contingencies*, June 2009.
- 15 'It's easy to learn how to count cards': Author interview with Richard Munchkin, August 2013.
- 16 To evade security: Thorp, *Beat the Dealer*.
- 17 Most mathematicians in the early twentieth century: Mazliak, Laurent. 'Poincaré's Odds'. *Séminaire Poincaré* XVI (2002): 999–1037.
- 18 His research is still used today: Saloff-Coste, Laurent. 'Random Walks on Finite Groups'. In *Probability on Discrete Structures*, ed. Harry Kesten (New York: Springer Science & Business, 2004).
- 19 To perform the shuffle: Blood, Johnny. 'A Riffle Shuffle Being Performed during a Game of Poker at a Bar Near Madison, Wisconsin,.

November 2005–April 2006’. Source: Flickr. Image licensed under CC-BY-SA 2.0.

- 20 For a fifty-two-card deck: Bayer, D. B., and P. Diaconis. ‘Trailing the Dovetail Shuffle to Its Lair’. *Annals of Applied Probability* 2, no. 2 (1992): 294–313.
- 21 Benter found that casinos: Author interview with Bill Benter, July 2013.
- 22 They would enter information: Schnell-Davis, D. W. ‘High-Tech Casino Advantage Play: Legislative Approaches to the Threat of Predictive Devices’. *UNLV Gaming Law Journal* 3, no. 2 (2012).
- 23 Unfortunately for gamblers: Author interview with Richard Munchkin, August 2013.
- 24 ‘Once you become well known’: Author interview with Bill Benter, July 2013.
- 25 Cheers rise above the sound: 作者本身經驗。
- 26 an average of \$145 million: Lee, Simon. ‘Hong Kong Horse Bets Hit Record as Races Draw Young Punters’. *BusinessWeek*, July 11, 2013. <http://www.bloomberg.com/news/articles/2013-07-11/hong-kong-horse-bets-hit-record-as-races-draw-young-punters>.
- 27 the Kentucky Derby set a new American record: ‘Record-Breaking Day Across-the-Board for Kentucky Derby 138’. Kentucky Derby, May 6, 2012. <http://www.kentuckyderby.com/news/2012/05/05/kentucky-derby-138-establishes-across-board-records>.

- 28 The Jockey Club is a non-profit organisation: Rarick, Gina. 'Horse Racing: Hong Kong Polishes a Good Name Worth Gold'. New York Times, December 11, 2004. http://www.nytimes.com/2004/12/11/sports/11iht-horse_ed3_.html?_r=0.
- 29 Undeterred, Julius tweaked the mechanism: Doran, Bob. 'The First Automatic Totalisator'. Rutherford Journal. <http://rutherfordjournal.org/article020109.html>.
- 30 sports bettors need a strategy: Benter, William. 'Computer Based Horse Race Handicapping and Wagering Systems: A Report'. In Efficiency of Racetrack Betting Markets, ed. D. B. Hausch, V. S. Y. Lo and W. T. Ziemba (London: Academic Press, 1994), 511–526.
- 31 Unfortunately, it was a year: Dougherty, 'Horse Sense'.
- 32 'Searching for Positive Returns at the Track': Bolton, R. N., and R. G. Chapman. 'Searching for Positive Returns at the Track: A Multinomial Logit Model for Handicapping Horse Races'. Management Science 32, no. 8 (1986).
- 33 'It was the paper that launched': Author interview with Bill Benter, July 2013.
- 34 Karl Pearson met a gentleman: Magnello, M. Eileen. 'Karl Pearson and the Origins of Modern Statistics: An Elastician Becomes a Statistician'. Rutherford Journal. <http://www.rutherfordjournal.org/article010107.html>.
- 35 'He never waited to see': Pearson, Karl. The Life, Letters and Labours of Francis Galton (Cambridge: Cambridge University Press, 201

1).

36 seven of Galton's friends received sweet pea seeds: Galton, Francis. 'Towards Mediocrity in Hereditary Stature'. *Journal of the Anthropological Institute of Great Britain and Ireland* 15 (1886): 246–263.

37 Galton was so impressed: Galton, Francis. 'A Diagram of Heredity'. *Nature* 57 (1898): 293. <http://www.esp.org/foundations/genetics/classical/fg-98.pdf>.

38 Both viewed regression to the mediocre: Pearson, Life, Letters and Labours.

39 In Pearson's view, a nation could be improved: Pearson, Karl. *National Life from the Standpoint of Science*, 2nd ed. (Cambridge: Cambridge University Press, 1919).

40 he also claimed that laws: Pearson, Karl. 'The Problem of Practical Eugenics' (Galton Eugenics Laboratory Lecture Series No. 5. Dulau & Co., 1909).

41 'When I was a toddler': Author interview with Ruth Bolton, February 2014.

42 Some gamblers might try to think up: Author interview with Bill Benter, July 2013.

43 The task fell to William Gossett: Ziliak, Stephen. 'Guinnessometric s: The Economic Foundation of 'Student's' t'. *Journal of Economic Perspectives* 22, no. 4 (2008): 199–216.

- 44 The pilots, busy with other tasks: Emanuel, Kerry. 'Edward Norton Lorenz 1917–2008'. National Academy of Sciences, 2011. ftp://texmex.mit.edu/pub/emanuel/PAPERS/Lorenz_Edward.pdf.
- 45 In 1994, Benter published a paper: Benter, 'Computer Based Horse Race Handicapping'.
- 46 Researching a company to its core: [Investopedia.com](http://www.investopedia.com). 'Technical Analysis'. <http://www.investopedia.com/terms/t/technicalanalysis.asp>.
- 47 'People had so little faith in the system': Dougherty, 'Horse Sense'.
- 48 Disagreements meant the partnership ended: Dougherty, 'Horse Sense'.
- 49 As a result, both horses take the same time: Author interview with Bill Benter, July 2013.
- 50 Finding his brain severely inflamed: Grimberg, Sharon (producer/writer) and Rick Groleau (producer/writer). 'Race for the Super-bomb', directed by Thomas Ott, aired for The American Experience series (PBS Video, 1999).
- 51 It wasn't his first choice: Rota, Gian-Carlo. 'The Lost Caf.'. Los Alamos Science, 1987.
- 52 When he finally got the answer: Rota, 'The Lost Caf.'.
- 53 'Suddenly, I knew where': Lounsberry, Alyse. 'A-Bomb Cloaked in Mystery'. Ocala Star-Banner, December 4, 1978, 13.
- 54 'This train is linear, isn't it?': Halmos, Paul. 'The Legend of John v

on Neumann’. *American Mathematical Monthly* 8 (1973): 382–394.

- 55 ‘Any one who considers arithmetical methods’: Von Neumann, John. ‘Various Techniques Used in Connection with Random Digits’. *Journal of Research of the National Bureau of Standards, Appl. Math. Series*, 1951. Quoted in Herman Heine Goldstine, *The Computer from Pascal to von Neumann* (Princeton, NJ: Princeton University Press, 2008).
- 56 ‘Andrei Neistovy’: Andrei the angry: Mazliak, Laurent. ‘From Markov to Doeblin: Events in Chain’ (talk given at RMR-2010, Rouen, France, June 1, 2010). http://www.proba.jussieu.fr/~mazliak/Markov_Rouen.pdf.
- 57 a local prison psychologist turned up: 摘自Diaconis, P. ‘The Markov Chain Monte Carlo Revolution’. *Bulletin of the American Mathematical Society* 46 (2009): 179–205.
- 58 Metropolis and his colleagues realized: Metropolis, Nicholas, Arianna W. Rosenbluth, Marshall N. Rosenbluth, Augusta H. Teller and Edward Teller. ‘Equation of State Calculations by Fast Computing Machines’. *Journal of Chemical Physics* 21 (1953): 1087. <http://dx.doi.org/10.1063/1.1699114>.
- 59 Markov chain Monte Carlo has helped syndicates: Author interview with Bill Benter, July 2013. Key citation: Gu, Ming Gao, and Fan Hui Kong. ‘A Stochastic Approximation Algorithm with Markov Chain Monte-Carlo Method for Incomplete Data Estimation Problems’. *Proceedings of the National Academy of Science USA* 95 (1998): 7270–7274.

- 60 The formula is named after John Kelly: Poundstone, W. *Fortune's Formula: The Untold Story of the Scientific Betting System That Beat the Casinos and Wall Street* (New York: Hill and Wang, 2006).
- 61 Consistently overestimate by twofold: Chapman, S. 'The Kelly Criterion for Spread Bets'. *IMA Journal of Applied Mathematics* 72 (2007): 43.51.
- 62 This reduces the risk: Benter, 'Computer Based Horse Race Handicapping'.
- 63 'The late money tends to be smart money': Author interview with Bill Benter, July 2013.
- 64 The techniques are now so effective: Dougherty, 'Horse Sense'.
- 65 Benter and Woods chose Hong Kong: Author interview with Bill Benter, July 2013.
- 66 teams using computer predictions bet around \$2 billion: Description of current events comes from Jagow, Scott. 'I, Robot: The Future of Horse Wagering?' *Paulick Report*, 2013. <http://www.paulickreport.com/news/ray-s-paddock/i-robot-the-future-of-horse-race-wagering/>.
- 67 Like Swedish harness racing: Author interview with Bill Benter, July 2013.
- 68 'We would joke that we could do it': Author interview with Ruth Bolton, February 2014.

Chapter 4

博士評論員

Pundits with PhDs

2006年，英國出現新的廿一點必贏法時¹，它的優點立刻不脛而走。這種方法不用變裝、不用算牌，甚至不用到賭場。的確，採用這種方法贏到的錢只夠買幾杯啤酒，沒辦法買房子，但確實有效。它只需要有空、有一部電腦，以及願意做枯燥的事情來換啤酒喝——學生最喜歡做這種事了。

這種方法源自英國政府幾個月前通過的新博奕法案²，這個法案規定設籍在英國的公司除了原本的運動投注之外，現在還可提供線上博奕遊戲。博奕公司為了搶攻客戶，紛紛為新玩家提供紅利，例如下注100英鎊可額外獲得50英鎊之類。乍看之下，這樣的紅利對玩廿一點似乎沒什麼幫助，但在線上遊戲中，賭場更容易確定紙牌呈隨機排列，讓玩家沒辦法算牌。如果採用四騎士的廿一點必贏策略，長期下來一定會輸錢，但新玩家紅利可讓玩家轉而握有優勢。大家知道紅利其實是為了貼補損失。如果採取理想策略，玩家大概會輸100英鎊左右，但不至於太多，而且只要下注到一定金額，就可取得紅利。此外玩家通常也必須下注到一定金額才能提取現金。還不錯的是，玩家可以重複上述步驟來減少損失。

2006年，賭客在網站之間跑來跑去，玩了好幾百局廿一點，累積不少紅利。不久之後，投注公司就開始限制「濫用紅利」，並規定新用戶紅利不適用於廿一點。雖然註冊新帳戶取得紅利並不違法（當然

啦，紅利點數的用意就是吸引新客戶），但有些賭客做得太過分。第一樁「濫用紅利」案件發生於2012年春天³，隆登納·安德列·奧西波（Londoner Andrei Osipau）用偽造護照和身份證設立多個新帳戶，因而被判刑三年，報導說他詐取了八萬英鎊。但2006年那些沒有觸法的玩家套取的利潤，遠超過八萬英鎊。不過，這類紅利可能被有心人利用，代表近年來賭客至少取得三項重要優勢。

第一，線上投注大爆發，代表賭局和博奕選擇也增加了很多。在真實賭場中，新賭局對賭客而言通常是好事。專業賭客理查·孟希金（Richard Munchkin）表示，賭場很少真正弄清楚他們引進新賭局時提供了多少讓利⁴。從2006年的廿一點漏洞事件可以得知，線上博奕也是如此。網際網路進入博奕領域後，只要有什麼必贏策略，消息傳播得比以往快上許多。第二個優勢是，賭客要運用贏錢策略越來越方便。以前賭客必須躲著賭場保全或直接找賭場人員，現在只要透過網路就能投注。無論是上網站或透過即時訊息下注，投注比以前更加簡便快速。最後，網際網路讓賭客更容易掌握許多必贏投注策略的重要關鍵。從輪盤到賽馬，資料來源往往限制了賭客投注的地點和方法，但這些限制正逐漸消失，因此賭客可以選擇的新賭局多了許多。

• • •

每年秋天，許多招募團隊群集在全世界最優秀的數學系。大多數團隊沒什麼特別之處，例如需要流體動力學研究人員的石油公司，或是想找機率理論專業人員的銀行等。不過近年以來，英國大學舉行的就業博覽會中開始出現一種公司，他們重視的不是業務或財務，而是足球等體育活動，他們的徵才簡報看起來像技術性極高的賽前分析，

滿是大多數公司不會讓應徵者看到的方程式和資料表格。這些說明會看起來不像工作簡介，反而比較像上課⁵。

許多方法對學數學的人而言相當熟悉，雖然研究人員會運用這些技巧研究冰層或傳染病，但這些公司發現這類方法有完全不同的用途。他們運用科學化方法跟賭場對賭，取得勝利。

現代化足球比賽結果預測源自一個很像考試題目的問題。1990年代，史都華·柯爾斯（Stuart Coles）在英國蘭卡斯特大學擔任講師，這裡距離湖區連綿的丘陵只有幾英里遠。柯爾斯的專長是極值理論，探討各種前所未有的極端罕見狀況。極值理論是隆納德·費雪（Ronald Fisher）於1930年代創立，用以預測洪水、地震、森林大火和保險損失等，各種糟到不能再糟的狀況。簡而言之，極值理論是探討幾乎不可能發生的事件的科學⁶。

柯爾斯的研究涵括風暴湧浪到嚴重空氣汙染等⁷，範圍相當廣。在系上另一位研究人員馬克·迪克森（Mark Dixon）的鼓勵下，柯爾斯又開始研究足球。迪克森看過蘭卡斯特大學四年級學生的統計學試題後，開始對這個主題感到興趣⁸。其中有一道題目是預測一次假想足球賽的結果，但迪克森發現有個瑕疵：試題中的方法太過簡略，不適用於真實世界。不過這個問題確實很有趣，如果把這個想法加以延伸並運用到真實賽事，或許可以推導出不錯的投注策略。

迪克森和柯爾斯花了幾年開發新方法並準備發表。最後，他們於1997年在《應用統計學報》（Journal of Applied Statistics）上發表了研究成果⁹。研究結束後，柯爾斯回頭進行其他研究，但他沒有想到這篇足球論文後來有多麼重要。他說：「它就是那種當時似乎無關緊要，但後來才發現對我的人生影響深遠的事物¹⁰。」

• • •

要預測香港的賽馬結果，科學投注團隊必須評估每匹賽馬的實力，再比較這些實力評量數據，研判可能的結果，但足球要這麼做就很困難了。我們或許可以評估每一隊的實力，算出哪一隊整個球季的成績最好，但要算出哪一隊可能贏得某場比賽就困難得多。一支球隊對上某些對手表現很好，對上另一群對手可能就完全走樣。某次射門或許會進，另一次可能會碰到球門彈開。此外還有選手：一次神奇的好球往往能帶起全隊，有時全隊則可讓實力較弱的球員表現更好。這類場上變化使狀況從統計學觀點看來更加複雜。1970年代，有幾位研究人員甚至斷定，單一足球比賽受機率影響太大¹¹，因此不可能預測結果。

迪克森和柯爾斯決定研究足球比賽，顯然踏進了一個困難的領域，不過有件事對他們而言是有利的。在英國，賠率通常到比賽前幾天就不會再變動。跟香港賽馬場鬧熱滾滾的最後投注不同的是，足球賽分析者有很多時間預測以及比對投注業者的賠率，更棒的是有很多投注方式可供選擇。英國的足球投注市場規模相當大，投注方式五花八門，例如中場時間比數或角球次數等等。

迪克森和柯爾斯決定從最大的問題著手：哪支球隊會贏？他們不打算直接預測最終結果，而是估算比賽結束前可能的進球數。簡潔起見，他們假設兩隊在比賽期間以一定速率進球，而且每個時間點的進球機率與先前的球賽過程無關。遵守這個規則的事件稱為「卜瓦松過程」（Poisson process），這名稱取自法國物理學家西米恩·卜瓦松（Siméon Poisson），出現的領域相當多。研究人員運用卜瓦松過程¹²，研究電話撥給交換機的呼叫、放射性衰變、甚至大腦神經元活動

等。假設一種事件遵循布瓦松過程，就是假定這類事件的發生頻率是固定的。世界沒有記憶，一段時間跟另一段時間完全沒有關聯。如果一場球賽上半場都沒有進球，不表示下半場會比較可能進球。

迪克森和柯爾斯已經假設足球比賽是卜瓦松過程，同時假定進球速率在比賽期間維持不變，接下來還得知道進球速率應該是多少。一場球賽中的進球數通常取決於對陣的兩隊。他們應該估計兩隊會各得幾分呢？

早在1997年的論文中，迪克森和柯爾斯便提出了研究足球賽時必須知道的條件。首先，我們必須藉助某些方法評定各隊的能力。方法之一是使用排名制度。我們可以設定每隊每次比賽可得到一定點數，再把一段期間內的點數加總起來。舉例來說，大多數足球聯盟是贏球得3點、平手1點、輸球0點。以單一數字代表球隊的能力或許能呈現哪一隊表現不錯，但有了排名並不代表就能準確預測，2009年維也納經濟大學的克里斯多夫·萊特納（Christoph Leitner）等人的研究¹³，就是個很好的例子。他們依據國際足球總會公布的排名，預測2008年歐洲國家盃的比賽結果，發現投注公司的預測其實準確得多。要透過投注足球賺到錢，只有關於各隊的一項評量數據似乎還不夠。

迪克森和柯爾斯提出把能力分成進攻和防守兩部分，進攻能力代表球隊進球取分的習性，防守弱點代表球隊阻止對方得分的能力。他們預測，如果主場球隊擁有一定的進攻能力、客場球隊又有一定的防守弱點，主場球隊的期望進球數是以下三個因數的乘積：

主場進攻能力 × 客場防守弱點 × 主場優勢因數

這裡的「主場優勢因數」是球隊在主場比賽時，通常擁有的優勢。同樣地，客場球隊的期望進球數，等於客場的進攻能力乘以主場防守弱點（客場球隊沒有任何額外優勢）。

為了估計各隊的進攻和防守能力，迪克森和柯爾斯蒐集英國最高的四個級別長達數年的比賽資料，涵括92隊。這個公式包含各隊的進攻和防守能力，再加上額外的主場優勢因素，要估算的因素共有185個。如果每一隊都與其他各隊比賽相同次數，估算過程就會相當簡單明瞭，但是因為升降級制度（更不用說還有錦標賽），因此某些球隊比賽的次數會比較多。此外跟跑馬地比賽相同的是，簡單的計算中往往包含許多隱藏資訊。所以要估算這185個因數，他們必須藉助洛沙拉摩斯實驗室研究人員開發的運算方法。

迪克森和柯爾斯以他們的模型預測1995至1996年球季的比賽結果時，發現預測相當符合實際結果。但這個模型可以當成投注依據嗎？他們試算了所有比賽，同時套用一個簡單的規則：如果模型指出某個結果的機率比投注公司公布的賠率高10%，就值得投注。儘管只用這樣簡單的模型和投注策略，結果卻顯示這個模型預測得比投注公司還準。

迪克森和柯爾斯發表研究成果後不久，兩人就分道揚鑣，迪克森創立專精於預測運動比賽結果的艾塔斯運動顧問公司（Atass Sports），柯爾斯則進入倫敦一家同樣研究運動比賽的Smartodds公司¹⁴。雖然現在已有許多公司研究如何預測足球比賽結果，但迪克森和柯爾斯的研究成果仍是許多模型的核心。Onside Analysis足球分析公司共同創辦人大衛·海斯第（David Hastie）表示：「他們的論文仍然是主要起點¹⁵。」

這項研究跟其他模型一樣也有其不足之處¹⁶。柯爾斯坦言：「這個成果算不上盡善盡美。」問題之一是：球隊的進攻和防守能力評量數據在比賽過程中是固定的，但實際上，選手可能會疲倦，或在某些時刻發動更多次進攻。另一個問題是在實際生活中，平手往往比卜瓦

松過程預料得更加常見。有一種解釋是球隊落後時會更努力，希望追平比數，對手則往往會比較鬆懈，但明斯特大學研究人員安德列亞斯·霍耶爾（Andreas Heuer）和奧利佛·羅布納（Oliver Rubner）表示¹⁷，其實還有其他因素影響。他們認為平手所在多有的原因是，在球賽較晚階段平手時，球隊通常會採取保守策略，因此較少得分。他們觀察1968年到2011年德國甲級足球聯賽時，發現雙方平手時進球率會明顯下降。此外當比數是0比0，雙方球員寧願選擇「平手就好」時，這樣的趨勢尤其明顯。

比賽中的某些時刻特別容易形成平手。霍耶爾和羅布納發現，在德國甲級聯賽中，進球在比賽的前80分鐘通常是卜瓦松過程，雙方的進球率相當穩定。到比賽的最後一節，狀況會變得詭譎多變，尤其是客場球隊在最後幾分鐘仍然領先1到2分時。

運動比賽預測公司依據這些特質進行調整，運用迪克森、柯爾斯等人的研究成果，把足球賽投注變成獲利極豐的事業；近年來，這類公司的業務持續擴張。但儘管這個產業不斷成長，新公司也陸續出現，科學化投注產業在英國仍然相當新穎，歷史最久的公司成立至今也不到十八年。但在美國，運動比賽預測的歷史則比較豐富，而且有時真的很「富」。

• • •

麥可·肯特（Michael Kent）念高中時為了打發枯燥的上課時間，經常看報紙的體育版。他雖然住在芝加哥，但經常關注全美各地的大學運動員。瀏覽比數時，他經常思考每場比賽的勝負比數。他回憶道：「如果一隊以28比12擊敗另一隊¹⁸，我就會想，這樣的比數究竟

怎樣？」

高中畢業後，肯特取得數學學位，後來進入西屋公司（Westinghouse Corporation）。1970年代，他在西屋公司位於賓州匹茲堡的核能實驗室工作，為美國海軍設計核反應器。這裡完全是個研究環境，有各種各樣的數學家、工程師和電腦專家。後來幾年，肯特嘗試模擬核反應器的燃料通道有冷卻水流過時的狀況，在閒暇時間，他還開始撰寫電腦程式，分析美式足球比賽。在許多方面，肯特的模型分析大學運動的方式，與班特分析賽馬的方式雷同。肯特蒐羅了許多可能影響比賽結果的因素，再運用迴歸（regression）找出最重要的因素。接下來肯特跟班特一樣，等到估計結果出來才觀察投注市場。肯特說：「你必須先算出結果¹⁹，然後（而且一定要等到有結果之後），才能觀察其他人的預測結果。」

• • •

在美國運動中，統計數字和資料一直是不可或缺的部分，棒球尤其如此，這與棒球的賽制有關。棒球賽分成許多很短的期間，除了讓民眾有很多機會買熱狗觀看球賽，也讓比賽更容易分析。此外，棒球賽的每一局都可視為互不相關的獨立對戰（例如投手對打者等），因此特別適合統計。

現在棒球迷如數家珍的打擊率或打點等各種統計數字，大部分都是十九世紀的運動作家亨利·查德威克（Henry Chadwick）在英國觀賞板球賽後提出的。1970年代電腦快速成長，蒐集和整理比賽結果更加方便，大眾逐漸成立各種團體，鼓勵研究運動統計數字。有一個團體是1971年成立的美國棒球研究學會（Society for American Baseball

Research)。這個團體的英文縮寫是SABR²⁰，所以棒球科學分析又稱為賽伯計量學（sabermetrics）。

運動統計數字在1970年代期間越來越普遍，但要擬定出有效的投注策略還需要幾個重要條件，而肯特剛好具備這些條件。他說：「我很幸運，各項條件一應俱全。」第一個條件是數據。肯特位於匹茲堡的核能實驗室附近就有一座卡內基圖書館，館內收藏了一套全集，裡面記載了許多年的大學運動比數和賽程表。很棒的是，這套書提供了許多資訊給肯特的模型，讓他得以提出準確預測。但問題是所有比賽結果都必須以人工輸入。此外肯特可以使用西屋公司的高速電腦，讓預測技術如虎添翼。肯特就讀的大學是全美國極早擁有電腦的幾所學校之一，所以他比大多數人擁有更多的程式設計經驗。不只如此，除了懂得設計電腦程式，肯特也了解他的模型的統計理論。他在西屋公司和工程師卡爾·弗瑞德里希（Carl Friedrich）合作，弗瑞德里希教肯特如何建立快速又可靠的電腦模型。肯特說：「他是我這輩子碰過最聰明的人，這傢伙真的很厲害。」

即使萬事俱備，肯特的博奕事業一開始仍然不大順利。他說：「最開始我投了四筆大注，但全部輸掉了，那個星期六我輸了五千元。」但他發現這次出師不利還是有一些助益：「輸錢對我是最大的動力。」肯特利用閒暇時間研究投注模型七年之後，1979年終於決定把運動投注當成全職工作。肯特選擇廿一點當成牛刀小試的對象，肯特則離開西屋公司前往拉斯維加斯，準備投入新的大學美式足球賽季。

生活在城市中必須面對許多新挑戰，其中之一是實際投注的方法。在香港，投注者只要打電話告知投注選擇就可以了，在拉斯維加斯，賭客必須帶著真金白銀進入賭場。當然，這讓肯特有點緊張。他

開始依賴代客泊車²¹，因為這樣他就不用帶著幾十萬美元現金走過燈光昏暗的停車場。

因為投注有點困難，所以肯特跟熟悉賭城運作、也懂得如何利用賭城賺錢的資深賭客比利·華特斯（Billy Walters）合作，華特斯負責投注，肯特就能專心進行預測。其後幾年又有其他賭客加入，協助實行這個投注策略，有的幫忙開發電腦模型，有的負責應付賭場人員。他們被稱為「電腦小組」，威名遠播，賭客們崇拜這個名字，賭場則是聞風喪膽。

在肯特的科學化方法協助下，電腦小組的預測一向比拉斯維加斯的投注公司準確，但這些成就也引來不必要的注意。整個1980年代，FBI實在想不透他們為什麼能賺到這麼多錢，懷疑他們從事不法，因此展開調查，然而深入追查數年後，完全找不出任何問題。FBI搜索過幾次²²，也有幾位電腦小組成員遭起訴，但最後都宣告無罪。

從1980年到1985年，電腦小組投注的金額據估計超過1億3500萬美元²³，獲利將近1400萬美元，其中沒有任何一年虧損。這個團隊最後於1987年解散，但肯特後來又持續投注運動二十年之久。肯特表示他們的分工方式大致相同：他負責預測，華特斯負責投注。肯特指出，他的預測之所以成功，主要是因為他花了很多心力在電腦模型上。他說：「最重要的部分是建立模型。必須知道如何建立模型，而且必須不斷地建立。」

肯特通常自己提出預測，但有一種運動必須找人幫忙。一位美國西岸知名大學的經濟學家，每個星期都會預測美式足球比賽結果，他對自己的投注研究十分保密，肯特也只稱他為「一號教授」

（Professor number 1）。雖然這名經濟學家的預測相當精準，但和肯特的預測還是有些差別，因此在1990年到2005年間，他們通常綜合兩

人的預測結果。

肯特的名聲（還有金錢）來自預測大學美式足球和籃球等運動，但不是所有運動都受到這麼多人注意。早在1970年代，肯特就提出藉由投注獲利的模型，迪克森和柯爾斯則到1998年，才想出可行的足球投注方法。有些運動往往更難以預測。

• • •

1951年1月某天下午，佛杭索瓦·烏蘭（Françoise Ulam）回到家時，看到丈夫史丹尼斯羅·烏蘭（Stanislaw Ulam）正盯著窗外看。他眼神渙散地看著外面的花園，表情很奇怪，說道：「我想到讓它發揮作用的辦法了。」佛杭索瓦問他是什麼意思，他回答：「超級寶貝。這種方法完全不同²⁴，而且將會改變歷史。」

烏蘭說的是他們當時在洛沙拉摩斯國家實驗室研發的氫彈。在「蒙地卡羅法」和其他科技進展協助下，美國研發出有史以來威力最強大的武器。當時是冷戰初期，俄羅斯在核子武器競賽中落後美國。

但這段時期問世的新發明，不只有強大的核子武器設計。1947年，烏蘭研究蒙地卡羅法時，另一種完全不同的武器出現在鐵幕的另一邊。它以設計者米哈伊爾·卡拉什尼科夫（Mikhail Kalashnikov）命名為卡拉什尼科夫自動步槍（Avtomat Kalashnikova）²⁵。次年，這種武器以另一個名稱問世：AK-47。

除了氫彈，步槍也改變了冷戰史。從越南到阿富汗，這款步槍在士兵、游擊隊和革命份子手中代代相傳，現在仍在使用²⁶。根據估計，AK-47到目前為止已經生產七千五百萬支，這種武器廣受喜愛的主要理由是簡單：它只有八個可動部件，因此十分可靠及容易修理；

這種步槍或許不很精確，但極少故障，而且耐用數十年。

打造一部機器時，機器裡的零件越少，效率就越高。機器越複雜，零件間的摩擦越多²⁷。舉例來說，汽車引擎產生的動力，大約有10%浪費在這類摩擦上。此外，複雜也容易造成故障。冷戰期間，成本高昂的西方步槍經常故障，簡單的AK-47卻能繼續運作。其他許多過程也是如此。東西越複雜，通常就越容易影響效率和增加問題，就拿廿一點來講好了，莊家用的紙牌越多，牌就越不容易洗得乾淨。複雜也會使我們更難預測得準確。參與的事物越多、產生的交互作用越多，就越難由有限的過往資料預測未來發展。而在運動方面，有一種活動涵括大量的交互作用，因此十分難以預測。

美國前總統伍德羅·威爾遜（Woodrow Wilson）曾說，高爾夫球²⁸是「以不適合的用具把捉摸不定的球打進難以瞄準的洞，是一種徒勞無功的活動」。高爾夫球員除了必須處理飛行軌跡，還要跟周遭環境搏鬥。高爾夫球場裡有樹木、池塘、沙坑以及桿弟等形形色色的障礙，因此運氣一直相當重要。球員或許打出一桿好球，讓球正對球洞飛去，但打到旗桿之後進了沙坑，也可能把球打出去之後打到樹，又彈到理想位置。這些意外狀況在高爾夫球中十分常見，連高爾夫球規則中都創造出一個詞來描述這類狀況。如果球打到任意物體²⁹或改變路徑，稱為「意外變向球」。

如果說香港的賽馬像精心設計的科學實驗，高爾夫球賽可能就需要費雪的統計學事後分析。在四天比賽期間，球員會在各種不同時間開球。球洞位置也會隨回合數而改變。此外如果在英國比賽，天氣還會隨時改變。更糟的是，高爾夫球賽中，可能獲勝者的數目非常龐大。世界杯橄欖球大約只有20隊爭奪冠軍，英國的國家越野障礙賽馬有40匹馬角逐，參加美國名人高爾夫球賽的選手則多達95人，另外三

項大賽的人數更加眾多。

這些因素使高爾夫球格外難以精確預測，因此運動比賽預測一向不怎麼關注高爾夫球。有些公司正在試圖挑戰（聰明賠率公司〔Smartodds〕現在就有統計學家研究預測高爾夫球比賽結果），但說到投注活動，這種運動仍然遠遠落後其他運動。

即使在各種團隊運動中，有些比賽仍然比較容易預測。這個差別有一部分源自得分率。先以冰球為例，國家冰球聯盟（NHL）的球隊平均每場可得2至3分³⁰；再看看籃球，NBA球隊每場通常則可得到100分左右³¹。如果得分像冰球一樣鮮少出現，進球對比賽的影響會比較大，也就是說，球路轉向或幸運進球等機率事件，比較可能影響最後結果。低得分數的比賽可運用的資料點也比較少；優秀球隊以1比0擊敗差勁球隊時，可以分析的得分事件只有一次。

還好，我們仍然可從比賽榨取出其他資訊。方法之一是以其他方式評定表現。在冰球中，球評經常使用科爾西評分（Corsi rating）這類統計數字³²（球隊射門數與被射門數之差）來預測最終得分。球評採用這種評分方式的原因，是以往比賽中得到的分數不見得能確實呈現未來的得分能力）。

在籃球等運動中，得分常見得多，但比賽進行方式也可能影響其可預測性。哈瑞拉波斯·佛加瑞斯（Haralabos Voulgaris）多年以來幾乎只投注籃球，現在已是全球頂尖的NBA投注專家，2013年他在MIT斯隆運動分析研討會（Sloan Sports Analytics Conference）上指出，籃球運動的得分正在改變³³，球員出手投三分球的次數越來越多。由於隨機性在這類投球所佔的比重更大，所以要預測哪一隊得分較多會更困難。傳統預測方法假設球員會互相合作，讓球接近球籃後投球得分，但現在個別球員從更遠距離以把握更小的方式試圖取分，降低了

預測方法的準確程度。

佛加瑞斯為何獨鍾籃球而不關注其他運動？有一部分原因很簡單：他喜歡籃球。如果沒有興趣，耙梳大量數據絕對是件苦差事³⁴。另外，佛加瑞斯有許多資料可供耙梳當然也有幫助。模型必須先處理一定數量的資料才能提出可靠預測，而籃球有許多資訊可供分析，其他運動就不一定如此了。英國足球賽預測發展初期，要取得需要的資料相當辛苦。美國球評有一大堆資訊可以分析，相比之下，英國可供研究的資訊只有一丁點。史都華·柯爾斯說：「現在我們有時甚至不清楚取得這些資料有多麼容易³⁵。」

1990年代末足球資料難以取得，賭客必須透過各種管道拿到。有人撰寫自動化程式³⁶，去搜尋數個公布比賽結果的網站，直接複製網頁上的資料表格。這種「畫面剪貼」法雖然可取得資料，被剪貼的網站卻不希望賭客取得網站內容和造成伺服器塞車。有些網站採取了屏蔽特定IP位址等反制措施³⁷，阻止賭客取得資料。

即使在資料豐富的美國運動界，不同聯盟間的資訊也有很大的差別。肯特分析大學運動的理由之一就是可取得的資訊量，他說：「大學籃球比賽次數多了許多，球隊數也多得多，所以資料庫相當龐大³⁸。」這些資料協助肯特預測比賽結果以及事先押對賭金。

• • •

在肯特的事業生涯期間，只要比賽開始，在賭城的運動投注就會停止。裁判吹哨開始比賽的那一刻，肯特的錢就已經花出去了。博奕和賽事這兩個看似關係密切的事情，其實是分開的。到了2009年，一家新公司來到賭城，賭場終於修補好這個缺損的博奕范恩圖。這家公

司是華爾街的康托費茲傑拉公司（Cantor Fitzgerald）旗下的康托博奕（Cantor Fitzgerald）³⁹，近年來，它已經成為幾家大型賭場的常駐經營者。如果走進威尼斯人（Venetian）、大都會（Cosmopolitan）或硬石（Hard Rock）等賭場的運動投注部，會看到幾十部大螢幕和投注機，經營者都是康托博奕。從棒球到足球等各項運動之間，是一行行數字和隊名，列出各場比賽的賠率。這些「投注線」會隨大眾的聲音起起伏伏。這個房間感覺像運動酒吧和股市交易廳的綜合體⁴⁰，在這裡，酒和資料在永遠明亮的賭場燈光下和諧共存。

康托螢幕上的數字⁴¹或許能反映出觀眾的情緒，但它們其實是由比賽時負責調整投注線的一個電腦程式所掌控，康托稱這個程式為「米達斯演算法」（Midas algorithm）。如果比賽進行中發生狀況，程式會自動更新螢幕上的賠率。拜米達斯演算法之賜，比賽中投注在拉斯維加斯大幅成長。

米達斯演算法的主要創造者是英國的安德魯·加盧德（Andrew Garrod），他在2000年進入康托博奕，在此之前於一家日本投資銀行擔任交易員。轉行到拉斯維加斯的差別其實沒有表面上那麼大，加盧德只是從設計⁴²決定金融衍生性商品價格的模型，轉而設計決定運動結果價值的模型。

康托最大的一筆交易，是2008年時收購拉斯維加斯運動顧問公司（Las Vegas Sports Consultants）。這家公司提供賠率給內華達州各地的博奕業者，其中包括拉斯維加斯將近一半的賭場。不過康托博奕感興趣的不只是它的預測⁴³，它收購這家公司後，就可取得龐大的比賽結果資料庫，範圍涵蓋多種運動，它們將在康托的分析中扮演重要角色。如果舊金山巨人隊再打出一支全壘打，對該隊的獲勝機率會有什麼影響？如果新英格蘭愛國者隊在球賽最後關頭還有最後一次進攻機

會，他們贏的機率有多少？

根據加盧德的說法，直截了當的「香草」事件很容易預測。舉例來說，如果美式足球隊從二十碼線開始進攻⁴⁴，要推測這支球隊達陣的機率應該不難。問題是，一場球賽中可能有許多次成功和失敗，有些影響大，有些影響小，哪些事件特別需要考慮在內？加盧德發現，大多數攻防對結果影響不大⁴⁵，因此重要的是找出造成明顯影響的關鍵事件。龐大資料庫的重要之處就在此。許多賭客投注時全憑直覺，米達斯演算法則可評估這次達陣造成的影響究竟有多少。

那麼康托又如何確定自己的預測正確無誤呢？答案是：他們沒想過這麼做。很多人認為康托這類公司會運用模型，針對各種運動提出正確結果，但康托博奕運動資料總監馬修·赫爾特（Matthew Holt）否定了這個迷思。他於2013年表示：「我們不會預測比賽結果，只是預測這個活動的發展方向⁴⁶。」

在投注方面，業者和賭客的目標有根本上的差別。假設美國網球公開賽中有兩位選手實力相當，則這場比賽的機率是一半一半，也就是說投注1美元時，公平報酬就是1美元。如果一位賭客對兩位選手都投注，最後應該會不賠不賺。但投注業者的賠率提供的報酬不會是1美元，而可能是0.95美元，因此對兩位選手都投注時將會虧損0.05美元。

如果對兩位選手的投注總金額相同，則投注業者一定能夠獲利。但如果大多數人都押某一位選手呢？投注業者必須調整賠率，確保無論哪一方獲勝，自己都能獲得相同金額。從新的賠率看起來，某一方獲勝的機率會比較低。因此，知道兩位選手其實旗鼓相當的聰明賭客，會投注獲勝機率看起來比較低的選手。對於已經做好適當處理的投注業者而言，這不是個問題。業者改變賠率不是為了符合某個結果的真實機率，而是為了平衡收支。

米達斯演算法每天會綜合電腦預測結果和真實投注活動，在賭客投注時調整賠率。它會針對數十種運動進行調整，在比賽進行中途隨時更新投注線。為了確保利潤，康托博奕等投注業者必須了解賭客的投注動向。大家押哪一方？大家對某個事件會怎麼反應？

資訊在投注者和業者間流動時，在許多狀況下，賭客還會試圖探聽其他競爭者的動向。如果有傳言說某個投注集團擁有必贏策略，其他投注者一定會想搭順風車。由於許多投注策略最初來自學術界，所以只要仔細研讀研究論文，就可能拼湊出基本模型。但運動投注產業競爭很激烈，因此最有效的技巧依然保密到家。根據運動統計學家伊恩·麥克海爾（Ian McHale）表示：「預測模型都是各公司的機密⁴⁷，因此公開的模型通常不會很好。」

如果賭客不知道誰的投注策略最好，大環境就可能變得相當緊張。在規模龐大、高額足球投注相當多的亞洲市場，投注通常是透過即時通訊軟體。在此同時，資訊在投注業者和賭客間來來去去，雙方都想探知對方的想法和投注方法。一位業內人士這麼說：「關於投注的小道消息很多，很多人非常偏執⁴⁸。」

• • •

西方媒體出現亞洲投注業者的報導時，通常不是什麼好事。2010年一場巴基斯坦對英格蘭的板球賽中出現數個可疑球後⁴⁹，三名巴基斯坦球員因為同意投出壞球而遭到禁賽。記者指出，投注業者經常在這類比賽中舞弊，其中許多是亞洲業者。這類醜聞後來仍然持續發生⁵⁰。2013年夏天，三名印度超級板球聯賽球員遭控打假球。警方表示，投注業者承諾這幾名選手，只要他們讓對方在特定時刻得分，至

少就可拿到四萬美元。後來在2013年12月，英國警方指控六名足球選手依照指示故意受到黃牌或紅牌懲罰，因而動手逮捕他們⁵¹。

亞洲對博奕當然極有興趣，但不是所有博奕活動都是公開的。根據估計，中國地下投注市場的規模，是香港賽馬會合法經手總金額的十倍之多。地下投注在印度也很常見。印度的板球國家代表隊對上宿敵巴基斯坦時，投注總金額往往接近三十億美元⁵²。不過亞洲投注市場正在改變。賭客現在已經不用鑽進黑街酒吧後面的房間，找黑市投注業者投注。以前賭客必須身懷現金，記住通關密語才能投注，現在可以直接打電話或透過網路進行。光鮮明亮的電話中心，取代了陰暗汙穢的投注房，這個新產業跟非法黑市已經不一樣，但仍然極少受到法律規範。這是個現代化、企業化又曖昧不明的「灰色市場」⁵³。

談到足球等運動的高額投注時，亞洲是西方許多賭客的首選地點，理由相當簡單：在歐洲和美國等地，投注業者極少接受高額投注，因此這些地區的賭客很難賭大錢，利用投注策略賺錢。靠投注獲利頗豐的佛加瑞斯就抱怨過⁵⁴，美國投注業者不接受他投注（或許正因為他獲利很好的關係），就算接受，也只准他投注幾百美元。然而不是所有西方投注業者都不歡迎厲害的賭客。近幾十年來，有一家公司以接受甚至鼓勵精明的賭客投注著稱。

畢諾克運動投注公司（Pinnacle Sports）1998年成立時顯然極具雄心。這家公司允許投注的金額很高，高於現有的許多投注業者。畢諾克表示樂意讓賭客投注最高金額⁵⁵，而且不限次數，就算有賭客不斷贏錢，該公司也不會拒絕對方繼續投注。2003年當時，這個點子完全違反投注業者的傳統習慣。如果想賺到錢，就得遵守教條，不要讓精明的賭客投下高額賭注，當然更不能讓他們一再下注。那麼畢諾克最後成功了嗎？

投注業者都會觀察整體投注活動，畢諾克則還會花不少心力了解投下這些賭注的是什麼人。接受精明的賭客投注時⁵⁶，畢諾克就可得知這類賭客對未來的推測。

這個作法，和班特把自己的預測和跑馬地列出的公開賠率兩者融合大致相同。大眾掌握的訊息，有時往往比投注集團和賭場業者還多。

畢諾克通常在星期天晚上貼出初始賠率。他們知道這些賠率可能有缺陷，所以一開始只接受小額投注。他們發現，最初的投注都來自極有天分的小額投注者，因為初期賠率經常不大正確，敏銳的賭客此時會爭相搶佔便宜。但畢諾克很樂意讓利給這些「百元天才」，因為這樣可使比賽預測更正確。實際上，畢諾克等於是出錢跟這些精明的賭客換取資訊。

其他行業也經常購買資訊，結果有時頗具爭議。2003年夏天，美國參議員無意中看到美國國防部提案設立「政策分析市場」⁵⁷，讓交易員推測中東地區可能發生的事件。舉例來說，我們或許可以在這個市場裡，針對生化攻擊事件、軍事政變或阿拉伯領袖遭到暗殺等事件投注。這麼做的用意是，如果有人取得內部消息並試圖利用這些消息獲利，五角大廈就能藉由市場活動察覺到改變。投注者或許賺到了錢，但也因此露出馬腳。提出這個提案的經濟學家羅賓·漢森（Robin Hanson）指出，情報單位本來就會付錢給線民換取情報。就道德方面而言，他認為這個市場跟其他形式的交易沒什麼不同。

但是其他參議員並不認同。有位參議員說這個構想「離經叛道」⁵⁸，另一位說它「笨得出奇」。希拉蕊·柯林頓指出⁵⁹，這個政策將會創造出「死亡和破壞的市場」。這個提案招來猛烈的反對聲浪，不久就胎死腹中。當年七月底，五角大廈就駁回了這個提議。這個決定是

基於道德，而不是經濟。批評者雖然攻擊這個提案不道德，但對於投注市場是否能夠呈現某個事件的重要內幕，倒是極少人提出質疑。賭客跟輿論調查受訪者不同的是，賭客有不能犯錯的現實誘因，他們預測未來時，是以實際的金錢來驗證自己（或模型）的判斷。

現在，畢諾克會張貼賭客對各種主題的看法。大眾可以投注下一任總統是誰，或者誰會得到奧斯卡獎。對於自己經常接受大眾針對一般事件高額投注，畢諾克深具信心⁶⁰：以往歐洲足球冠軍聯賽總決賽，最多只能投注50萬美元。由於畢諾克的商業模型仰賴準確的預測，所以有些事情它不接受投注，舉例來說，2008年，畢諾克就因為本身不熟悉賽馬而取消賽馬投注⁶¹。

畢諾克這類公司找到方法，整併自己的統計資料預測和精明賭客的看法之後，開始挑戰傳統投注經營。他們運用精明賭客的資訊，對自己的賠率更有信心，因此樂於接受高額投注。但隨時代改變的不只是投注業者，在某些狀況下，賭客甚至完全忽略投注業者。

• • •

近十年左右，投注方法大幅改變，除了投注者轉移到線上，投注業者面對的挑戰還來自新一代博奕市場—稱為投注交易所（betting exchange）。投注交易所類似股票交易所，只是買賣標的不是股份，而是賭注。目前最知名的投注交易所⁶²是位於倫敦的必發（Betfair），每天處理的投注超過七百萬次。

1990年代末，必發的創辦人安德魯·布雷克（Andrew Black）在英國格洛斯特郡的政府通訊總部（British Government Communication Headquarters）擔任工程師時，出現這個構想。保全人員不准他在五點

後繼續留在辦公室，所以他必須單獨在鄉下農舍裡打發晚間時光。空閒時間這麼多是個負擔，但成果也相當豐碩。後來他接受《衛報》訪問時說：「無聊真的很可怕⁶³，但我在心智上的生產力很高。」

布雷克念大學時開始對投注感到興趣，但是傳統博奕方式有些缺點，在格洛斯特郡的晚間時光，布雷克想著應該如何加以改良。他想，何不讓賭客們彼此對賭，而不需要像以前一樣向投注業者下注？這個想法結合了金融市場、博奕和線上零售等各方面的構想。布雷克以往當過專業賭客、股票交易員和網站製作人員，這三方面剛好都有經驗。

必發網站於2000年上線運作。當年夏天，該公司安排假的送葬隊伍走過倫敦市區⁶⁴，帶著一口棺材，宣告「投注業者已死」。這次行動雖然引來許多媒體報導，但競爭對手已經蠢蠢欲動。有個競爭網站的運作方式類似eBay：如果有個人想對某個事件投注1000英鎊⁶⁵，網站會幫忙尋找願意接受投注的人。協助配對有點類似在玩線上的「心臟病」遊戲，有時要等上很久才能配對成功。

所幸布雷克有個方法可以加速配對：如果沒有人接受投注，網站會把賭注分給好幾個人。舉例來說，網站找不到願意接受投注1000美元的人，就會把總金額分開來再進行配對，例如尋找五個願意接受投注200美元的人。此外，投注業者以往是藉由調整螢幕上的賠率來賺錢，必發則不改變賠率，只從贏得投注的使用者賺到的錢抽成。

必發這類投注交易所開發了新的博奕方式。它和傳統投注業者不同的是，我們不是只能對某些結果投注，也可以接受投注，反對某個結果。如果這個結果沒有出現，我們就可贏得賭注。

因為我們可在投注交易所中從兩個角度投注，所以在比賽結束前都可能贏錢。假設有個投注交易所目前列出某個球隊的賠率是5，我們

決定投注10英鎊，這表示如果這支球隊獲勝，我們可以贏得50英鎊。後來有些狀況改變了，可能是對手的明星球員受了傷。你投注的球隊獲勝機率提高，所以賠率下降到2。這時我們不需要等到比賽結束（放任結果可能對我們不利），就可以較低的賠率接受其他人投注10英鎊，藉以保障先前的賭注。如果你投注的球隊獲勝，就可由第一個投注贏到50英鎊，但要為第二個投注付出20英鎊；如果這支球隊落敗，兩個投注就會如同〈表4.1〉一樣互相抵消。比賽還沒開始就可以確定，如果我們投注的球隊獲勝，我們就能賺到30英鎊，如果沒有獲勝，我們也沒有損失（許多投注業者後來引進結束投注〔cash out〕，其實就是仿照這種做法）。

表 4.1 我們可以先支持、爾後反對同一球隊，藉以保障賭注。

		第一次投注	第二次投注	總金額
結果	投注球隊獲勝	50 英鎊	-20 英鎊	30 英鎊
	投注球隊落敗	-10 英鎊	10 英鎊	0 英鎊

因為我們可以支持或反對某個結果，所以必發網站會在每場比賽安排兩個欄位，列出投注雙方的最佳可能賠率。這類技術讓賭客更容易了解另一方的想法，以及利用另一方認為的賠率可能不正確。不過除了投注經營，還有其他事務也變得更便利了。

• • •

科學化投注策略以往一向是電腦小組等投注集團，或近年的Atass等顧問公司的專利，但現在已經不是如此了。如同銀行開放客戶投資

基金一樣，現在有些博奕公司也讓客戶藉由科學化博奕方法來投資。

《彭博》專欄作家馬修·克萊恩（Matthew Klein）曾經說過：「如果有一個人很擅長運動投注⁶⁶，也願意代我操盤並從中賺取費用，那麼無論從任何方面而言，這個人都是避險基金經理人。」投資者現在除了把錢投入股票或期貨等原有的資產類別，現在還可把運動投注當成另類投資管道。

投注似乎跟其他類型的投資毫無關聯，但這正是它的賣點之一。2008年金融海嘯期間，許多資產價格暴跌。投資人為了防範這類衝擊，通常會讓投資組合多樣化，例如購買不同產業的好幾家公司的股票。但整個市場陷入危機時，這樣的多樣性不一定足夠。英國華威大學（University of Warwick）研究複雜系統的托比亞斯·普萊斯（Tobias Preis）表示⁶⁷，當金融市場陷入危機時，各種股票的表現大多相仿。普萊斯和同事分析1939年到2010年道瓊平均工業指數的股價，發現當市場面臨更大壓力時，所有股票會一起下跌。他們表示：「多樣性效應原本是用來保障投資組合的，在市場大跌時尤其需要它，偏偏市場大跌時多樣性效應往往消失殆盡。」

有這個問題的不只是股票。2008年金融海嘯後的復甦期間，越來越多投資人開始買賣擔保債務憑證（collateralised debt obligation）。這種金融產品收集住宅抵押貸款等表現優異的貸款，讓投資人承擔放款者的部分風險來賺錢。單一借款人拖欠還款的機率雖然可能不低，但投資者往往假設所有人同時拖欠還款的機率非常低。糟糕的是，這樣的假設是不正確的。一棟房子的價格因為金融危機而暴跌時，其他房子通常也會被拖下水。

運動投注擁護者指出，賭注通常不受金融市場影響。就算股市大跌，球賽仍然會繼續舉行，投注交易所也會繼續接受投注，因此標的

為運動投注的避險基金應該是很吸引人的投資方法，因為它具有多樣性。出於這樣的想法，布蘭登·普茲（Brendan Poots）於2010年成立了運動投注避險基金⁶⁸「普利歐哈資產管理公司」（Priomha Capital），該公司的主要目標，是讓一般投資者也能進入以往難以接觸的運動預測世界。

提出準確預測往往需要深厚的專業知識，所以普利歐哈公司找來澳洲墨爾本皇家理工大學（Royal Melbourne Institute of Technology）的研究人員合作。就某種程度而言，他們的方法可說是「電腦小組」投注策略的二十一世紀版本。普利歐哈公司為每種運動建立一個模型、執行模擬、預測每場比賽的結果，再比較模型預測和必發等投注交易所列出的賠率。

這麼做的主要差別是，投資者不限於只能在比賽開始前投注。這對投注者而言是個好消息，因為普茲發現賠率通常會在比賽過程中逐漸趨向合理值。他說：「球賽開始前，市場的變化很大，但比賽開始之後，最好的機會才會出現。」

談到足球預測，下個步驟當然就是賽中分析。1997年，迪克森的眼光轉向足球比賽中的狀況⁶⁹，他和統計學家麥可·羅賓森（Michael Robinson）合作，使用模型模擬比賽，這個模型類似他和柯爾斯共同發表的模型，但做了幾個重要修改。新模型除了考慮每支球隊的進攻優點和防守弱點，還納入了依目前比數和比賽剩餘時間決定的因素；納入賽中資訊可使預測比原先的「迪克森－柯爾斯模型」更加準確。

我們還可藉助這個模型檢驗常見的足球「常識」。迪克森和羅賓森指出，球評常告訴觀眾，球隊得分後特別容易被對方進球。研究人員把這個論點談稱為「立即反擊」，它的主要概念是一方進球時，進攻方的專注程度開始波動，使得對方有機可趁—但這個老生常談其實

並不正確。迪克森和羅賓森發現，球隊得分後其實不會特別容易被對方進球。那麼球評又為什麼經常這麼說呢？

我們碰到不尋常或令人驚訝的狀況時，通常會印象特別深刻。迪克森和羅賓森表示：「一般人通常會高估令人震驚的事件發生的頻率。」不只是體育活動有這種狀況。許多人對恐怖份子攻擊的擔憂程度，遠高於浴缸意外，但其實死在浴缸裡的機率遠高於死在恐怖份子手中（至少美國人是如此）⁷⁰。離奇事件讓人印象深刻，所以一般人大多認為買一美元彩券比起反覆投注輪盤⁷¹，更容易成為百萬富翁。儘管這兩種方法都不怎麼樣，但就實際機率而言，反覆投注輪盤還是比較容易幫我們憑空撈到百萬美元。

要在足球比賽期間投注並贏錢，必須認識這類人性偏誤。賭客經常誤判球賽的哪些方面？普茲發現有幾方面特別明顯。首先是進球的影響。迪克森和羅賓森曾經指出，大眾觀點不一定正確：進球不一定像大家想的那麼令人驚奇。賭客也經常高估紅牌的影響，但這不表示紅牌完全沒有影響。10個打9個時的進球速率應該會比較高（2014年一項研究指出⁷²，進球速率會比平均高出六成），但賠率通常改變太大，代表賭客往往把不利狀況視為必輸無疑。

發生出人意表的事件後，投注交易所中的賠率會依照新狀況逐漸調整。狀況穩定之後，普利歐哈就可轉而採取相反立場，保護自己的賭注。如果它原本支持主場球隊以很高的賠率獲勝，那麼紅牌出現後，它可能就會在賠率降低時，轉而支持主場球隊落敗。如此一來，無論最後結果為何都無關緊要。投注團隊就像商人向驚慌的賣家買進物品，再以較高的價格賣出一樣，藉由平倉抵消剩餘風險。

在比賽期間，有很多機會可以用不正確的賠率贏錢，可惜的是，比賽期間投注的人也比較少，因此普利歐哈必須小心為之，不要以高

額投注驚擾市場。普茲說：「比賽期間必須一點一點地投注。」事實上，普利歐哈這類基金的最大的障礙，就是市場規模。這類基金利用不正確的運動賠率賺錢，所以要投資的錢越多，必須找出發掘的失誤賠率也越多。

目前的計畫是管理最多2000萬美元的投資人資金。普茲指出，如果他們打算管理一億美元這樣大得多的金額，將很難產生理想的報酬。他們或許可以找出足夠機會每年帶來5%報酬，但身為避險基金，他們非常希望為投資人帶來10%以上的報酬，如果限縮基金規模，達成這個目標的機會會比較大。

雖然普利歐哈現在還沒達到這個限度，但隨著基金規模逐漸成長，普茲也留意到認同這個策略的族群開始改變。他說：「我們的投資人特質以往是喜歡體育活動，同時也喜歡投注的人，但現在變成拿退休金或其他基金來投資的人。」

除了普利歐哈，近年來也有其他投注基金問世。位於倫敦的菲登斯（Fidens）集團於2013年設立基金供投資人運用，兩年後基金的規模超過500萬英鎊。數學系畢業的威爾·王爾德（Will Wilde）負責擬定菲登斯的經營策略，包括投注全球十個主要足球聯賽⁷³，每年大約投注3000次。

股票市場投資經常被比做賭博，尤其是持股時間很短的時候。弔詭的是，賭博現在反而逐漸被投資人視為可行的投資選項。不過並非所有運動投注基金都那麼成功。2010年，康托投資公司成立伽利略基金⁷⁴，目標是讓投資人由運動投注獲利。這個基金計畫募集一億美元，每年獲利15%到25%。金融圈極有興趣地密切留意，但這個基金兩年後就宣告結束。

儘管普利歐哈這類基金的企圖心目前受限於投注市場規模，但如

果運動投注能拓展到美國，狀況會完全不同。普茲說：「如果美國開放運動投注，整個狀況就會完全改觀。」普利歐哈成立後不久，明顯的改變跡象開始出現。2011年美國紐澤西州舉行公民投票後，州長克里斯·克里斯蒂（Chris Christie）簽署法案，讓運動投注在該州合法化。大西洋城的賭客終於能投注超級盃等球賽，至少理論上已經可以投注。職業運動聯盟隨即聘請律師試圖禁止投注，此後這個案子在美國司法系統內攻防多次，主要障礙是美國聯邦法從1992年開始禁止運動投注，只有四個州例外。反對者認為，博奕活動應該限制在拉斯維加斯等地區，新澤西州則宣稱這條法律違憲，而且民眾支持合法投注。的確，許多運動聯盟已經允許民眾投注自己的預測實現。民眾每年付費參與虛構的聯盟，但投注特定比賽結果目前依然違法。

支持修法的民眾指出，博奕合法化至少有兩大優點。首先，博奕可以增加稅收。根據估計，美國合法的運動投注不到1%⁷⁵，其餘99%都是透過沒有執照的投注業者或海外網站投注，總金額可能高達數千億美元，如果這些投注都合法化，稅收將十分龐大。第二，合法化就受法律規範，有法律規範就能透明化。投注業者和投注交易所都有客戶的資料，線上公司也有銀行詳細資料。NBA行政管理人員亞當·希爾維爾（Adam Silver）表示，博奕合法化有助於讓政府監督博奕活動。2014年他在《紐約時報》撰文表示：「我認為運動投注應該離開地下，走進陽光，接受適當的監督和管理。」

投注集團也會因合法化而受惠。投注者增多，集團就可加大投注規模。此外，新法律也可能准許投注集團在拉斯維加斯投注。目前賭客如果想在賭城投注運動，仍得帶現金親自到賭場，很難有計畫地大筆投注。2015年，內華達州參議會通過法案，允許一群投資人出錢給一個人投注，普利歐哈目前在美國以外的做法正是如此。如果這個法

案在州眾議院通過並成為正式法律，會有更多運動投注避險基金問世。其他國家也在爭論新的博奕法律。在日本，運動投注者目前只能投注賽馬、賽艇和自行車。日本首相支持並於2015年4月送交國會討論的新法案⁷⁶，提議改變現狀。印度和中國也將出現新機會⁷⁷，讓地下投注市場接受更多法律規範。

根據體育記者查德·米爾曼（Chad Millman）表示，並非只有耕耘許久的賭客才有機會藉助修法獲利。2013年3月米爾曼造訪MIT時，訪問了商學院的MBA研究生麥可·沃荷⁷⁸（Mike Wohl）。沃荷的研究計畫把博奕視為「失落的資產分類」。沃荷有金融背景，他的分析（以及個人投注經驗）指出，運動投注可以達成與投資股市相仿的風險與報酬平衡。

米爾曼指出，博奕族群有兩個極端。其中之一是專業運動投注者，這些「老手」經常藉由投注獲利。另一個極端是平常賭客，沒有預測工具或可靠的策略。

米爾曼表示，在這兩個極端之間是像沃荷這樣的人，擁有藉助投注獲利的必要技巧，但從來沒有運用過。這些人或許是做金融或研究工作、或許還擁有MBA或博士學位。運動投注如果在美國普及開來，這些小規模投注者很有機會獲利。他們擁有量化技術，熟悉必要方法。此外由於運算功能提升和資料越來越容易取得，他們也擁有了必要工具。他們現在欠缺的，只是投注管道。

• • •

成立投注集團有許多好處。首先，這樣會更有彈性。不過新投注集團是否應該遵循已有相當成果的投注策略？或是應該好好運用彈

性，嘗試其他方法？

回想起來，肯特應該更仔細地看球賽。他說：「如果能夠重來，我希望可以擁有每一球的資料⁷⁹。」更詳細的資料可用來評定個人貢獻。這樣一來，他先前的分析將大不相同——肯特在模型中一向把球隊視為一個整體。他說：「我對球員一無所知，我知道球隊的表現，但我不知道四分衛叫什麼名字。」

有些現代化投注集團投下許多心力評定個人表現。王爾德說：「我們確實分析了每一隊中每位球員的影響⁸⁰。每位球員無論是否上場，都有一個或上或下的評分。」在香港，班特的投注集團甚至請專人觀看比賽錄影，可能是觀察賽馬在比賽中的速度變化⁸¹，或是碰撞後的恢復狀況等。這些「影片變數」⁸²在模型中的比重很小（大約僅3%），但有助於使預測結果更接近真實狀況一點。

蒐集更多資料有時不一定是最重要的事。在足球中，善於防守的球員對統計學家而言可能是場惡夢。保羅·馬第尼（Paolo Maldini）在米蘭和義大利期間，平均每隔一場才鏟球一次⁸³，原因不是他踢球不認真，而是因為他不需要經常鏟球。他總是站在正確位置，阻擋對手進攻。因此鏟球次數這類統計數字往往會造成誤導。一位防守球員鏟球次數變少，不一定表示他的表現變差，也可能代表他越來越精進。

美式足球的角衛也有類似的問題。角衛的作用是防守球場邊緣，阻止對手在進攻時向前傳球。身手不錯的角衛能攔截很多次傳球，但優秀的角衛根本不需要攔截，對手根本就不會把球傳到他附近。因此，美國國家足球聯盟（NFL）中最優秀的角衛⁸⁴，每一季的攔截次數往往沒有幾次。

如果球員沒機會做出可供評量的動作，我們又該如何評量？有方

法是比較球隊在這位球員上場或不上場時的整體表現。就最簡單的層面而言，我們可以觀察某位球員上場時球隊的獲勝率。舉例來說，1999年到2007年前鋒蒂耶里·亨利（Thierry Henry）效力兵工廠隊期間，兵工廠隊在他上場時的勝率是61%。相反地，他不上場時，兵工廠隊的勝率只有52%⁸⁵。

計算勝率很簡單，但以這種方式評定球員，可能導致意料之外的結果，在某些狀況下，甚至會使粉絲最多的球員看來對球隊沒那麼重要。史蒂芬·傑拉德（Steven Gerrard）1998年加入利物浦隊之後，他出場時的獲勝率高達一半，但他不在場上時，球隊也有一半機會贏球。普茲指出，優秀的球隊擁有強大的作戰小組，足以克服明星球員不在場上的劣勢。頂尖球員受傷離場時，球隊會隨之調整。普茲說：「對每個部分的總和而言⁸⁶，每個部分的效果（或缺少時的影響）其實沒有我們想的那麼大。」

然而，單單計算某位球員出場或不出場的獲勝機率的問題是，計算過程並未考慮比賽的重要程度或對手的實力。舉例來說，球隊通常會在重要比賽時，讓較多大牌球員上場。解決這類問題的方法之一，是採用預測性模型。運動統計學家經常比較某位球員出場比賽的預測得分和比賽實際結果，如果球隊表現在這位球員出場時優於預期，就代表這位球員對球隊特別重要。

同樣地，著名球員的重要程度不見得最高，原因是找出最重要的球員不等於跟找出最佳球員。依據模型來判斷，最重要的球員可能是沒有明顯取代者，或是球風格外符合這支球隊的球員。

為了解譯預測性模型提出的結果，研究運動結果預測的各公司聘請熟知各隊的分析師，這些專家可以說明某位選手為什麼顯得特別重要，以及這個狀況對即將來臨的比賽有什麼影響。這類資訊通常不容

易量化，但對結果的影響或許很大。比較困難的部分，是知道這個模型不包含哪些部分，並在進行預測時將它們考慮在內。運動統計學家大衛·海斯提（David Hastie）指出，這一點違反許多人對科學化投注策略的想法。他說：「大眾普遍認為投注完全依靠模型⁸⁷，所以都寄望有個神奇公式。」

• • •

賭客必須知道如何取得關鍵資訊，不論這些資訊和模型預測一樣偏向量化，或和人的看法一樣偏向定性。肯特雖然以電腦模型出名，但他知道真人專家在進行預測時的重要程度。經常有熟悉某項運動的人提供他最新訊息，這些人的工作，就是了解這個模型沒有涵括的事物。他說：「有個紐約人⁸⁸可以告訴我們兩百支大學籃球隊的先發陣容。」

針對個別選手進行更準確的預測，不只能嘉惠賭客。隨著預測技術不斷改良，投注者和運動團隊也發現更多共同點，他們因為都想預測下個球季、下一場比賽，甚至下一節會有什麼演變，而開始合作。每年春天，球隊經理會在MIT斯隆運動分析研討會中（MIT Sloan Sports Analytics Conference），跟統計學家和模型工程師聊聊⁸⁹。球隊主動尋找新的簽約對象時，預測方法往往特別有用。以往評估球員價值一直相當困難，因為表現容易受機率影響，球員可能某一季表現亮眼（而且運氣很好），下一季又變差。

這類問題有個眾所周知的例子，就是所謂的「《運動畫刊》詛咒」⁹⁰（Sports Illustrated jinx）：球員登上《運動畫刊》封面後，表現就會大為走樣。統計學家指出這其實是危言聳聽。球員出現在封面

上，通常是因為在球季中表現極佳，但這往往只是隨機變異，而不是球員真正的能力。下一年表現變差也只是回歸正常水準，如同高爾頓研究遺傳時的發現。

球隊跟新球員簽約時⁹¹，是依據球員以往的表現來決定，但付薪水換取的，則是他們未來的表現。那麼球隊又該如何預測球員真正的能力？理想上，我們可以把以往表現分出來，研究這些表現受能力和機率影響的程度。統計學家詹姆士·亞伯特（James Albert）曾經嘗試以這種方式研究棒球⁹²。他耙梳了許多投手的統計資料，包括勝投、敗投、三振數以及責失分等，發現三振數是最精確的投手實力指標，被全壘打數等其他統計數字則受機率影響較大，因此無法反映真正的投球能力。

有的運動比較不好分析。足球球評通常只以每場進球數等簡單的評量數據，來量化前鋒的實力。但如果前鋒身處的球隊很優秀，隊友幫他製造了很多得分機會呢？2014年，聰明賠率公司和英國索爾福德大學⁹³的研究人員合作，評估了多位足球員的得分能力。他們不只觀察前鋒的得分機率，還把得分分成兩個部分，分別是製造射門機會（這跟全隊表現有關），以及抓住射門機會得分。以這種方式探討得分時，預測未來得分的準確度，會比只看每場得分提高許多。此外，這項研究還提出一些意想不到的結論。舉例來說，球員的射門數其實跟球隊的進攻能力關係不大，換句話說，優秀的球員無論在強隊或弱隊，射門次數都差不多。儘管較強的球隊整體射門次數較多，但優秀的球員最後只是大機器裡的小螺絲釘。而在較弱的球隊裡，同一名球員對整體的貢獻則會比較大。他們還發現，很難預測球員抓住射門機會得分的機率，因此建議球隊經理尋找簽約對象時，應該評估這名球員製造的射門機會，而非他的得分。

• • •

在科學化運動投注這個領域，最成功的賭客通常會研究其他人沒有注意到的比賽。從肯特的大學美式足球賽研究、以及迪克森與柯爾斯的足球研究可以看出，要贏到大錢，一定要勇於遠離群眾。

一段時間之後，投注業者和賭客逐漸掌握最為人所知的策略，結果就是越來越難從主要運動聯盟贏到錢。錯誤的賠率越來越少⁹⁴，一有便宜可佔，競爭者立刻蜂擁而至。因此新的投注集團最好把心力放在較少人知道、科學化投注通常忽略的運動。根據佛加瑞斯表示，最佳機會就在這些地方。他在2013年MIT斯隆運動分析研討會上說：

「我會先從大學籃球、高爾夫球、NASCAR賽車和網球等小眾運動著手⁹⁵。」

在小眾運動中，懂得更多（無論透過模型或專家）往往極有價值。因為關鍵變數不是很多人知道，所以精明投注者和休閒賭客間的差別往往極大。科技進展除了協助賭客建立更好的預測模型，也改變了投注方式。提著裝滿鈔票的皮箱投注的時代已經結束，現在已經可以線上投注，賭客可以同時控制幾百次投注。這種技術也為新策略打下基礎。預測正確結果曾經是運動投注的關鍵，但科學化投注現在不只是預測得分，在某些狀況下，我們甚至不需要知道結果，同樣可以贏到錢。

¹ When a new blackjack system hit Britain: 作者本身經驗。

- 2 The strategy emerged as a result: House of Commons Culture, Media and Sport Committee. ‘The Gambling Act 2005: A Bet Worth Taking?’ HC 421, 2012.
- 3 The first conviction for bonus abuse: ‘Man Jailed for ‘Bonus Abuse’. Metropolitan Police Online, April 2012. <http://content.met.police.uk/News/Man-jailed-for-Bonus-Abuse/1400007796996/1257246745756>.
- 4 casinos rarely understand how much of an advantage: Interview with Richard Munchkin, August 2013.
- 5 The events have more in common: 作者本身經驗。
- 6 it is the science of the very unlikely: De Haan, L., and A. Ferreira. Preface. In *Extreme Value Theory: An Introduction* (New York: Springer Science & Business Media, 2007).
- 7 Coles’s research spanned everything: For example: Coles, Stuart, and Jonathan Tawn. ‘Bayesian Modelling of Extreme Surges on the UK East Coast’. *Philosophical Transactions* 363, no. 1831 (2005): 1387–1406; and Coles, Stuart, and Francesca Pan. ‘The Analysis of Extreme Pollution Levels: A Case Study’. *Journal of Applied Statistics* 23, no. 2–3 (1996): 333–348.
- 8 Dixon had become interested in the topic: Author interview with Stuart Coles, May 2013.
- 9 The work eventually appeared: Dixon, M. J., and S. G. Coles. ‘Modelling Association Football Scores and Inefficiencies in the Football Betting Market’. *Journal of the Royal Statistical Society: Series C* 4

6 (1997): 2.

- 10 ‘It was one of those things’: Author interview with Stuart Coles, May 2013.
- 11 a single football match was so dominated by chance: Dixon and Coles, ‘Modelling Association Football Scores’.
- 12 Researchers have used the Poisson process: Rakocevic, G., T. Djukić, N. Filipovic and V. Milutinovic. *Computational Medicine in Data Mining and Modeling* (New York: Springer-Verlag, 2013), 154.
- 13 A 2009 study by Christoph Leitner and colleagues: Leitner, C., A. Zeileis and K. Hornik. ‘Forecasting Sports Tournaments by Ratings of (Prob)Abilities: A Comparison for the EURO 2008’. *International Journal of Forecasting* 26, no. 3 (2009): 471–481.
- 14 Coles would join Smartodds: Author interview with Stuart Coles, May 2013.
- 15 ‘Those papers are still the main starting points’: Author interview with David Hastie, March 2013.
- 16 ‘It’s not an entirely polished piece’: Author interview with Stuart Coles, May 2013.
- 17 according to Andreas Heuer and Oliver Rubner: Heuer, Andreas, and Oliver Rubner. ‘How Does the Past of a Soccer Match Influence Its Future? Concepts and Statistical Analysis’. *PLoS ONE* 7, no. 11 (2012). doi:10.1371/journal.pone.0047678.

- 18 ‘A team would beat another team 28–12’: 關於早年生涯的細節摘自2013年10月作者訪問肯特的內容。
- 19 ‘You need to make your own number’: Author interview with Michael Kent, October 2013.
- 20 Because the society’s acronym was SABR: Society for American Baseball Research. ‘A Guide to Sabermetric Research’. <http://sabr.org/sabermetrics>.
- 21 He came to rely on valet parking: Thomsen, Ian. ‘The Gang That Beat Las Vegas’. National Sports Daily, 1990.
- 22 There were FBI raids: 同前。
- 23 the Computer Group placed over \$135 million: 同前。
- 24 ‘It is a totally different scheme’: Ulam, S. M. Adventures of a Mathematician (Oakland: University of California Press, 1991), 311.
- 25 It was called the ‘Avtomat Kalashnikova’: Trex, Ethan. ‘What Made the AK-47 So Popular?’ Mental Floss, April 2011. <http://mentalfloss.com/article/27455/what-made-ak-47-so-popular>.
- 26 The gun is still in use today: Killicoat, Phillip. ‘Weaponomics: The Global Market for Assault Rifles’ (World Bank Policy Research Working Paper 4202, Washington, DC, April 2007).
- 27 Complexity means more friction: Da Silveira, M., L. Gertz, A. Cervieri, A. Rodrigues, et al. ‘Analysis of the Friction Losses in an Internal Combustion Engine’ (SAE Technical Paper 2012–36–0303, 201

2). doi:10.4271/2012-36-0303.

- 28 US President Woodrow Wilson once described golf: ‘A “Sissy Game” Was the Sport of Presidents’. Life Magazine, July 1968, 72.
- 29 If the ball hits a random object: Mella, Mirio. ‘Success = Talent + Luck’. Pinnacle Sports, July 15, 2015. <http://www.pinnaclesports.com/en/betting-articles/golf/success-talent-luck>.
- 30 Teams playing in the NHL score: ESPN. NHL網頁 <http://espn.go.com/nhl/>.
- 31 where NBA teams will regularly score: ESPN. NBA網頁 <http://espn.go.com/nba/>.
- 32 stats such as the ‘Corsi rating’: Macdonald, Brian. ‘An Expected Goals Model for Evaluating NHL Teams and Players’ (paper presented at MIT Sloan Sports Analytics Conference, Boston, MA, March 2–3, 2012).
- 33 the nature of scoring in basketball was changing: Predictive Sports Betting. MIT Sloan Sports Analytics Conference, Boston, MA, March 1–2, 2013. Panel discussion with: Chad Millman, Haralabos Voulgaris and Matthew Holt. Moderator: Jeff Ma. <http://www.sloansportsconference.com/?p=9607>.
- 34 Sifting through reams of data: Eden, Scott. ‘Meet the World’s Top NBA Gambler’. ESPN, February 25, 2013. http://espn.go.com/blog/playbook/dollars/post/_id/2935/meet-the-worlds-top-nba-gambler.
- 35 ‘We don’t realize how easy we have’: Author interview with Stuart

Coles, May 2013.

- 36 people created automated programs: Author interview with David Hastie, March 2013.
- 37 Some installed countermeasures: Ward, Mark. 'Screen Scraping: How to Profit from Your Rival's Data'. BBC News, September 30, 2013. <http://www.bbc.com/news/technology-23988890>.
- 38 'You get a huge database': Author interview with Michael Kent, October 2013.
- 39 That company was Cantor Gaming: Craig, Susanne. 'Taking Risks, Making Odds'. New York Times, December 24, 2010. <http://dealbook.nytimes.com/2010/12/24/taking-risks-making-odds/>.
- 40 The room feels like a hybrid of a sports bar: Author experience.
- 41 The numbers on Cantor's screens: 米達斯演算法相關資料摘自Kaplan, Michael. 'Wall Street Firm Uses Algorithms to Make Sports Betting Like Stock Trading'. Wired, November 1, 2010. http://www.wired.com/2010/11/ff_midas/.
- 42 Garrood simply went from designing models: Eden, 'Meet the World's Top NBA Gambler'.
- 43 Cantor wasn't just interested in its predictions: Craig, 'Taking Risks, Making Odds.'
- 44 譯註：距達陣線二十碼開始進攻。 <http://www.thepostgame.com/blog/spread-sheet/201101/betting-after-games-are-underway>.

- 45 Garrood has found that most plays: 加盧德的說法摘自‘Betting After the Games Are Underway’. ThePostGame, January 11, 2011. <http://www.thepostgame.com/blog/spread-sheet/201101/betting-after-games-are-underway>.
- 46 ‘We make lines in anticipation’: Predictive Sports Betting, MIT Sloan Sports Analytics Conference, 2013.
- 47 ‘The proprietary nature of prediction models’: McHale, Ian. ‘Why Spain Will Win . . . Maybe?’ Engineering & Technology, 5 (June 2010): 25–27.
- 48 ‘There is a lot of paranoia’: Author interview with Rob Esteva, March 2013.
- 49 After some suspicious bowling in cricket matches: Khan, M. Ilyas. ‘Pakistan’s Murky Cricket-Fixing Underworld’. BBC News, November 3, 2011. <http://www.bbc.com/news/world-asia-15576065>.
- 50 The scandals have since continued: Hault, Nick. ‘Indian Premier League in Crisis After Three Players Are Charged with Spot Fixing’. Telegraph, May 16, 2013. <http://www.telegraph.co.uk/sport/cricket/twenty20/ipl/10060988/Indian-Premier-League-in-crisis-after-three-players-are-charged-with-spot-fixing.html>.
- 51 UK police arrested six football players: Hart, Simon. ‘DJ Campbell Arrested in Connection with Football Fixing’. Telegraph, December 9, 2013. <http://www.telegraph.co.uk/sport/football/10505343/DJ-Campbell-arrested-in-connection-with-football-fixing.html>.
- 52 the total amount wagered can approach \$3 billion: Wilson, Bill. ‘W

orld Sport “Must Tackle Big Business of Match Fixing”. BBC News, November 25, 2013. <http://www.bbc.com/news/business-24984787>.

53 This is the ‘grey market’: Hawkins, Ed. ‘Grey Betting Market in Asia Offers Loophole to Be Exploited’. Times (London), November 30, 2013. <http://hawkeyespy.blogspot.com/2013/11/grey-betting-market-in-asia-offers.html>.

54 Haralabos Voulgaris has complained: Predictive Sports Betting. MIT Sloan Sports Analytics Conference.

55 Pinnacle claimed it was happy: Beyer, Andrew. ‘After Pinnacle, It’s All Downhill from Here’. Washington Post, January 17, 2007. <http://www.washingtonpost.com/wp-dyn/content/article/2007/01/16/AR2007011601375.html>.

56 By accepting wagers from sharp bettors: Noble, Simon. ‘Inside the Wagering Line’. Pinnacle Pulse (blog), Sports Insights, February 22, 2006. <https://www.sportsinsights.com/sports-betting-articles/pinnacle-pulse/the-pinnacle-pulse-2222006/>.

57 US Senators stumbled across a Department of Defense proposal: Taylor, Elanor. ‘Policy Analysis Market and the Political Yuck Factor’. Social Issues Research Centre, April 2004. http://www.sirc.org/articles/policy_analysis.shtml.

58 One called the idea ‘grotesque’: Tran, Mark. ‘Pentagon Scraps Terror Betting Plans’. Guardian, July 29, 2003. <http://www.theguardian.com/world/2003/jul/29/iraq.usa1>.

- 59 According to Hillary Clinton: Taylor, 'Policy Analysis Market'.
- 60 Pinnacle has so much faith in the approach: Wise, Gary. 'Head of Sportsbook Q&A Transcript'. Pinnacle Sports, August 8, 2013. <http://www.pinnaclesports.com/en/betting-articles/social-media/question-answers-with-pinnacle-sports>.
- 61 Pinnacle dropped horse racing: 'Pinnacle Sports Halts US Horse Racing Service'. Casinomeister, December 19, 2008. http://www.casinomeister.com/news/december2008/online_casino_news3/PINNACLE-SPORTS-HALTS-US-HORSE-RACING-SERVICE.php.
- 62 Perhaps the best-known betting exchange: Read, J. J., and J. Goddard. 'Information Efficiency in High-Frequency Betting Markets'. In The Oxford Handbook of the Economics of Gambling, ed. L. V. Williams and D. S. Siegel (New York: Oxford University Press, 2014).
- 63 'The boredom was horrendous': Bowers, Simon. 'Odds-on Favourite'. Guardian, June 6, 2003. <http://www.theguardian.com/business/2003/jun/07/9>.
- 64 the company arranged for a mock funeral procession: Clarke, Jody. 'Andrew Black: Punter Who Revolutionised Gambling'. Moneyweek, August 21, 2009. <http://moneyweek.com/entrepreneurs-my-first-million-andrew-black-betfair-44933/>.
- 65 if someone wanted to place a bet of £1,000: 同前。
- 66 'If I find a guy who is good at sports betting': Klein, Matthew. 'Hedge Funds Are Not Necessarily for Suckers'. BloombergView, July 12, 2013. <http://www.bloombergvew.com/articles/2013-07-12/hedge>

-funds-are-not-necessarily-for-suckers.

67 According to Tobias Preis: Preis, Tobias, Dror Y. Kenett, H. Eugene Stanley, Dirk Helbing and Eshel Ben-Jacob. 'Quantifying the Behavior of Stock Correlations Under Market Stress'. Scientific Reports 2 (2012). doi:10.1038/srep00752.

68 persuaded Brendan Poots to set up: Details and quotes from author i
nterview with Brendan Poots, September 2013.

69 Mark Dixon turned his attention: Dixon, M. J., and M. E. Robinson. 'A Birth Process Model for Association Football Matches'. The Statistician 47, no. 3 (1998).

70 you're far more likely to die in a bathtub: Bailey, Ronald. 'How Scared of Terrorism Should You Be?' Reason Magazine, September 6, 2011. <http://reason.com/archives/2011/09/06/how-scared-of-terrorism-should>.

71 playing roulette again and again: Spiegelhalter, David. 'What's the Best Way to Win Money: Lottery or Roulette?' BBC News, October 14, 2011. <http://www.bbc.com/news/uk-15309953>.

72 one 2014 study reckoned the rate: Titman, A. C., D. A. Costain, P. G. Ridall and K. Gregory. 'Joint Modelling of Goals and Bookings in Association Football'. Journal of the Royal Statistical Society: Series A, July 15, 2014. doi:10.1111/rssa.12075.

73 This involves betting on ten football leagues: Author interview with Will Wilde, May 2015.

- 74 investment firm Centaur launched the Galileo fund: Rovell, Darren. 'Sports Betting Hedge Fund Becomes Reality'. CNBC, April 7, 2010. <http://www.cnbc.com/id/36218041>.
- 75 less than 1 per cent of sports bets: Bell, Kay. 'Taxes on Gambling Winnings in Sports'. Bankrate, January 2014. <http://www.bankrate.com/finance/taxes/taxes-on-gambling-winnings-in-sports-1.aspx>.
- 76 A new bill, submitted in April 2015: Takahashi, Maiko. 'Japan Law makers Group Submits Legislation to Legalize Casinos'. Bloomberg Business, April 28, 2015. <http://www.bloomberg.com/news/articles/2015-04-28/japan-lawmakers-group-submits-legislation-to-legalize-casinos>.
- 77 New opportunities will also arise: Author interview with Will Wilde, May 2015.
- 78 Millman got talking to Mike Wohl: Millman, Chad. 'A New System to Bet College Football' (paper presented at MIT Sloan Sports Analytics Conference, Boston, MA, March 1–2, 2013).
- 79 'I would want to have play-by-play data': Author interview with Michael Kent, October 2013.
- 80 'We do analysis on the effect': Author interview with Will Wilde, May 2015.
- 81 how a horse's speed changes: Kaplan, Michael. 'The High Tech Trifecta'. Wired, no. 10.03 (March 2002). <http://archive.wired.com/wired/archive/10.03/betting.html>.

- 82 These 'video variables': Dougherty, Tim. 'Horse Sense: Using Applied Mathematics to Game the System'. Contingencies, May/June 2009. http://www.contingenciesonline.com/contingenciesonline/20090506/?sub_id=qxyLfphSqUiJ#pg22.
- 83 Paolo Maldini averaged one tackle: Kuper, Simon. 'How the Spreadsheet-Wielding Geeks Are Taking over Football'. New Statesman, June 5, 2013. <http://www.newstatesman.com/culture/2013/06/how-spreadsheet-wielding-geeks-are-taking-over-football>.
- 84 the best cornerbacks in the NFL: Author interview with Rob Esteva, March 2013.
- 85 they won only 52 per cent of the games: Football statistics from: Ingle, Sean. 'Why the Power of One Is Overhyped in Football'. TalkingSport (blog), Guardian, March 24, 2013. <http://www.theguardian.com/football/blog/2013/mar/24/gareth-bale-one-man-team-overhyped>.
- 86 'In the sum of the parts': Author interview with Brendan Poots, September 2013.
- 87 'There is a common perception that betting': Author interview with David Hastie, March 2013.
- 88 'We had a guy in New York City': Author interview with Michael Kent, 2013.
- 89 team managers chat with statisticians and modellers: Eden, 'Meet the World's Top NBA Gambler'.

- 90 The ‘Sports Illustrated jinx’: Wolff, Alexander. ‘That Old Black Magic’. Sports Illustrated, January 21, 2002. <http://www.si.com/vault/2002/01/21/317048/that-old-black-magic-millions-of-superstitious-readers—and-many-athletes—believe-that-an-appearance-on-sports-illustrateds-cover-is-the-kiss-of-death-but-is-there-really-such-a-thing-as-the-si-jinx>.
- 91 When a club signs a new player: McHale, Ian, and .ukasz Szczepa.ski. ‘A Mixed Effects Model for Identifying Goal Scoring Ability of Footballers’. Journal of the Royal Statistical Society: Series A 177, no. 2 (2014): 397–417. doi:10.1111/rssa.12015.
- 92 Statistician James Albert has attempted: Albert, James. ‘Pitching Statistics, Talent and Luck, and the Best Strikeout Seasons of All-Time’. Journal of Quantitative Analysis in Sports 2, no. 1 (2011).
- 93 researchers at Smartodds and the University of Salford: McHale and Szczepa.ski, ‘Mixed Effects Model’.
- 94 Erroneous odds are less common: Author interview with David Has tie, March 2013.
- 95 ‘I would start with the minor sports’: Predictive Sports Betting, MIT Sloan Sports Analytics Conference.

Chapter 5

機器人興起

Rise of the Robots

這封電報的內容是：「神為他行了何等的大事¹！」1844年5月24日，史上第一封長距離電報傳到巴爾的摩。在山繆·摩斯（Samual Morse）的新型發報機點按之間，這段《聖經》金句從華盛頓特區沿著電報線一路傳過來。其後幾年，單線電報系統普及到全球各地，深入各行各業的核心。鐵路公司用電報線路在車站間傳送訊號，警方也靠發送電報追捕逃脫的罪犯。英國金融業不久後也開始使用電報，還發現它也是個新的賺錢門路。

當時，英國各地的股票交易所都是各自獨立營運，所以彼此間股價偶爾有些差距。舉例來說，有時我們可以在倫敦以某個價錢買進某支股票，再到其他地方以較高的價格賣出。如果能快速取得這類資訊，就可藉此牟利。1850年代，交易員用電報互相通報價差²，趁價格更改前從中賺取利潤。1866年以後，美國和歐洲間有大西洋電纜互相連通，交易員能夠更快發現價格不對勁。透過電報線傳送的訊息成為金融業最重要的一環（直到現在，交易員仍然把英鎊與美元的匯率³稱為「電纜」）。

電報發明後，如果兩地的價格有差距，交易員就可利用這種狀況以較低價格買進，再以較高價格賣出，在經濟學中這稱為套利（arbitrage）。早在電報發明之前，套利者就一直在獵取不相符的價格。十七世紀時，如果銀價高於銀幣面值，英國金匠會把銀幣熔成銀

塊。有些人甚至做得更大⁴，把黃金從倫敦運到阿姆斯特丹，賺取匯率價差。

套利也可以運用在博奕上。投注業者和投注交易所雖然是不同的市場，但交易標的相同，它們都有程度不等的投注活動，以及對於未來發展的相反看法，因此兩者的賠率不一定相同。最困難的部分是找出適當的投注組合，使得未來無論如何發展，報酬都是正的。假設我們正在看納達爾和喬科維奇的網球賽。如果有個投注業者以賠率2.1押納達爾獲勝，另一個業者則以2.1的賠率押喬科維奇勝，那麼兩位選手各投注100美元，無論結果為何，都可贏到210美元（同時輸掉100美元）。不論哪一方獲勝，我們都能賺到10美元。

投注集團投注運動賽事預測時，賭的是他們的預測比業者賠率更接近實際狀況，套利者則不需要對未來發展有任何看法。無論結果如何，賭客只要先一步發現機會，這種策略就能保證獲利。但套利機會出現的機率有多少？

2008年，希臘雅典大學（Athens University）的研究人員觀察1萬2420場歐洲足球比賽的業者賠率⁵，發現其中有63個套利機會。這些賠率差異大多出現在歐洲冠軍盃等比賽中。這其實不意外，因為各隊在聯賽中彼此碰頭的機會較多，所以錦標賽的結果通常比聯賽變化多端。

2009年，蘇黎世大學（University of Zurich）研究團隊在必發和傳統投注業者提出的賠率中，尋找套利機會⁶。他們觀察兩種不同的市場時，發現了更多失誤賠率。他們發現有將近1/4的比賽可以找出保證獲利的方法。這類方法的平均報酬不多，大約只有1%至2%，但這樣的差異顯然已經足以讓套利成為可行的選擇。

套利投注固然相當誘人，但仍然有潛在危險。賭客如果要贏到

錢，必須先在許多投注業者設立帳戶。投注公司通常會讓客戶易於加值但難以提取。此外，投注必須同步進行。如果某筆投注慢了一步，賠率就可能改變，影響保證獲利的機率。即使賭客克服了這些問題，仍然必須避免引起投注業者注意，因為投注業者通常不喜歡套利者影響他們的利潤。

除了各業者的賠率有差異，還有其他漏洞可以利用。經濟學家米爾頓·弗里德曼（Milton Friedman）指出⁷，交易有個矛盾之處。市場需要套利者來利用不正確的價格，讓市場變得更有效率。但就定義而言，高效率的市場不應該有可趁之機，因此應該無法吸引套利者。我們該如何解釋這種矛盾的狀況？實際上，市場通常會有短暫的低效率時期。在某幾段時間中，價格（或賠率）並未反映出實際狀況。資訊雖然存在，但還沒有正確反映。

進球這類重大事件發生後，投注交易所的賭客必須調整心目中的正確賠率。在這段不確定時期，誰先採取因應行動，就可針對還沒有調整賠率的對家下注。可以這麼做的時間相當短。一段時間後，市場會變得更有效率，賠率也會依據新狀況而調整。2008年，英國蘭開斯特大學（University of Lancaster）一個研究團隊發表論文指出⁸，足球賽的重大事件發生後，投注交易所中的賭客只花不到一分鐘就能完成調整。

除了可供下注的時間很短，可能報酬可能也不多。賭客要贏到錢，必須投下多筆賭注，而且動作一定要快。可惜的是人類不很擅長快速動作。我們需要時間來處理資訊、會猶豫，而且很難同時做很多件事。因此有些賭客選擇遠離紛紛擾擾的投注市場。人類想離開的地方，就是機器人興起的地方。

• • •

進入必發投注交易所執行交易的方式有兩種。大多數人直接進入網站，網站上會列出目前可以投注的所有賠率。但其實還有另一種方法——賭客可以不進入網站，讓電腦直接跟交易所連線，因此我們可以撰寫程式，讓它自動投注。跟人類相比，這類機器人賭客擁有許多優勢：機器人程式速度更快、投注時更專注，而且可以同時投下數十筆賭注。投注交易所的速度也對機器人程式有利。必發以很快的速度，媒合想針對特定事件投注的賭客和想對賭的賭客。2006年世界盃足球賽的英格蘭開幕戰當天有440萬筆投注⁹，其中絕大多數不到一秒鐘就完成了，只有二十筆例外。

機器人賭客投注越來越常見。根據運動分析專家大衛·海斯第（David Hastie）表示，現在有許多機器人程式四處尋找失誤賠率，並利用其他賭客的失誤獲利。他說：「這些演算法讓所有失誤賠率消失¹⁰。套利程式出現，讓人類很難藉由這類機會牟利，即使找到錯誤的賠率，也來不及採取行動。機器人程式早就下好注，讓市場中的這類獲利消失殆盡。」

套利演算法在金融界也越來越普及。金融交易和投注一樣，動作越快越好。各公司都盡一切可能趕在競爭對手之前下手，因此許多公司把電腦直接放在股票交易所伺服器旁邊。市場快速變動時，即使只是線路稍長一點，都可能造成交易延遲，導致嚴重後果。

有些公司甚至會採取更極端的手段。2011年，美國希伯尼亞大西洋（Hibernia Atlantic）公司投資三億美元鋪設橫貫大西洋的海底電纜，以前所未有的速度傳輸資料。這條電纜跟以往的電纜不同的是，它就位於紐約到倫敦的飛機航線下方，這是兩個城市之間的最短路

徑。目前資料橫越大西洋大約需要65毫秒¹¹，但新電纜的目標是縮短到59毫秒。為了讓讀者對這些數字更有感，人類一眨眼大概是300毫秒¹²。

高速交易演算法可讓公司及早得知新事件並提早因應，但機器人程式的功能不只是尋找套利機會，事實上，有些機器人程式的功能正好相反。套利演算法的功能是尋找有利可圖的資料，另一種機器人程式的功能則是盡可能掩蓋這類資料。

投注集團投注香港賽馬時，知道賠率會在他們投注後持續改變，原因是在同注分彩制中，賠率取決於彩池的總金額。因此投注集團擬定投注策略時，必須把賠率變化考慮在內。如果投注金額太多，賠率變化又太大，損失就可能比少投注時更大。

運動投注也可能出現這個問題。如果我們打算對某一場足球賽押大筆賭金，投注業者（或投注交易所的用戶）會把賠率調整得不利於我們。假設我們想對某個比賽結果下注50萬美元。某家投注業者提出的賠率可以贏到兩倍注金，但它只願意以這個賠率接受下注10萬美元。我們投注10萬美元後，投注業者的賠率可能就會降低，這代表我們還有40萬美元可以投注，而且我們已經影響了市場。所以如果再下注10萬美元，就不可能會贏到2倍賭注。繼續投注下去，賠率會變得更低，而且每下注一次，賠率就會變低一些。

交易員稱呼這類問題為滑降（slippage）¹³。即使賠率起初看來還不錯，交易完成後也可能會變得沒那麼好。那麼我們該如何避免這類問題？這個嘛，我們可以找找看，有沒有投注業者願意一次接受這麼大的投注。順利的話只要多花些時間，不順利的話可能會找不到。另一種方法是先下注10萬美元，期待投注業者的賠率再度上升，讓我們可以再次下注。不過這種方法當然不算可靠。

比較好的方法是模仿投注交易所的策略。必發早期的成功有一部分得自它處理投注的方法。它不是尋找願意接受相同投注金額的賭客，而是把注金分成金額較少的好幾份。找到好幾個願意接受小額賭注的客戶，要比尋覓一個願意吃下全部賭注的客戶來得更容易（當然也更快）。

我們也可以運用這個概念，在滑降限度較低的市場進行交易。

「買賣盤轉送演算法」（order-routing algorithms）不一次進行整筆交易，而是把交易分成一連串金額較少、比較容易完成的「子訂單」。為了讓交易過程運作順利，演算法必須相當熟悉市場，程式除了必須知道誰願意在每項交易中採取相反立場（以及願意接受的價格），還必須仔細測定交易時間，降低市場在交易完成前出現變化的機率。以此種方式進行的交易稱為「冰山訂單」（iceberg order）¹⁴，競爭對手只看得到小規模交易活動，但不清楚整個交易的規模有多大。畢竟交易員都不希望對手發現有大筆交易而調整價格，也不希望其他人知道自己的交易策略。

由於這類資訊價值極高，所以有些競爭對手使用程式來搜尋冰山交易，「嗅探演算法」（sniffing algorithm）就是其一¹⁵。這種演算法會製造多筆小額交易，試圖探知大額訂單是否存在。嗅探程式每送出一筆交易，就會偵測這筆交易在市場中撮合成功所需的時間。如果市場中有大額訂單，交易很快就會撮合成功。這種狀況有點像投擲硬幣到井裡，聽硬幣落水的聲音來判斷井的深度。

機器人程式雖然能協助賭客和銀行快速進行多筆交易，但它的行動不一定永遠符合主人的利益，稍不留意，它就可能做出意想不到的事，有時甚至會造成大麻煩。

• • •

2011年，都柏林的利奧伯斯城賽馬場（Leopardstown Racecourse）舉行的聖誕跨欄賽跑到中間點時，大勢似乎已經底定。當時剛過兩點鐘，名叫佛勒·拉·維迪特（Voler La Vedette）的賽馬已經領先一段距離。在那個寒冷的十二月午後，牠的馬蹄在地上發出達達的聲響¹⁶，正常人一定都會賭牠獲勝。

但就有個人不這麼做。即使維迪特已經接近終點線，必發線上市場的賠率也顯示這匹賽馬幾乎贏定了，仍然有人願意以28比1的賠率接受下注：也就是說這匹賽馬獲勝之後，每投注1英鎊可獲28英鎊。這麼做真的膽子很大。而且這位悲觀得出奇的賭客可接受的總賭注高達2100萬英鎊，如果維迪特率先衝過終點，這位賭客將損失將近6億英鎊。

比賽結束後不久¹⁷，一位必發客戶在網站討論區發了一則貼文。這位客戶目睹了整個離奇事件，開玩笑說某個人一定要發給投注者年終獎金了。一些人對這個怪異行為提出種種可能解釋。這會不會是某個賭客一時手殘，剛好按到不該按的鍵？

不久後，另一個客戶提出了可能的確切解釋。這個客戶發現，這個總值2100萬美元的賭注有個奇怪之處。更精確地說，交易所顯示的數字是略少於2150萬美元。這位客戶指出，電腦程式通常以32個位元（bit）來儲存二元資料，因此如果這位賭客設計了32位元的自動投注程式，則程式在交易所中可以輸入的最大正數，將是2,147,483,648便士。換句話說，如果機器人程式把賭注加倍（就像十八世紀賭輪盤的巴黎賭客被誤導時一樣），它能投注的最高金額，正是2150萬英鎊。

這次偵察行動十分傑出。兩天後，必發承認這次差錯的禍首其實

是有瑕疵的機器人程式。必發表示：「由於交換所核心資料庫有些技術錯誤¹⁸，防護系統沒有攔下某次投注，因此顯示在網站上。」顯然這個機器人程式的主人當時帳戶裡只有不到1000英鎊，因此必發除了修復這個錯誤，也取消了所有投注。

如同幾位必發客戶所說的，這類離譜的賠率本來就不應該出現，因此在這場比賽中投注的兩百多位賭客，很難找到律師接這個案子。英國《衛報》賽馬記者葛瑞格·伍德（Greg Wood）當時寫道：「你沒辦法贏到（或輸掉）¹⁹原本就不存在的東西。無論多樂觀的訟棍律師，看到這種狀況都不會接的。」

糟糕的是，機器人程式造成的傷害往往沒有那麼容易收拾。電腦交易軟體在金融界已經極為普遍，出問題時造成的損害往往也大得多。維迪特機器人程式開出錯誤賠率的半年後，一家金融公司體認到程式錯誤造成的代價多麼高昂。

• • •

2012夏天²⁰，騎士資產管理公司（Knight Capital）十分忙碌。這家位於新澤西州的股票經紀商正在修改電腦系統，準備配合紐約股票交易所即將於八月一日實施的「零售流動性計畫」（Retail Liquidity Program）。這項計畫的用意，是讓客戶以更低的成本進行大額股票交易。交易本身由騎士等經紀商執行，在客戶和市場間提供交易管道。騎士使用SMARS軟體處理客戶的交易。這套軟體其實就是個高速交易交換機：客戶送出一筆交易要求後，SMARS會執行一連串規模較小的子交易，直到滿足原始要求為止。為了避免超過規定值，這個程式會記錄已經完成幾筆子交易，以及原始要求還有多少金額有待執行。

2003之前，負責在指令已完成時暫停交易的程式是Power Peg。2005年，這個程式功成身退，騎士取消執行Power Peg程式，把記錄計數器安裝在SMARS軟體的另一部分。但根據美國政府後續調查報告指出，騎士並未測試如果Power Peg程式意外被觸發時，會有什麼狀況。

2012年7月底，騎士資產管理公司技術人員開始在所有電腦的伺服器上更新軟體。幾天之內，他們在八部伺服器中的七部安裝新的程式。然而，據說他們漏裝了第八台伺服器，這部伺服器中仍有舊的Power Peg程式。

上線日到了，交易指令開始從客戶和其他經紀商傳來。騎士資產七部已經更新的伺服器運作正常，但第八部伺服器不清楚已經完成了多少要求，只是自顧自地工作，在市場中發送了幾百萬筆指令，不斷買進和賣出股票。錯誤的指令越來越多，有待解決的交易混亂也越來越嚴重。技術人員試圖找出問題時，該公司的投資組合急速膨脹。在四十五分鐘之內，騎士買進35億美元股票，賣出超過30億，等該公司終於停下這個演算法，解決交易混亂時，這個錯誤已經造成4億6000萬美元損失，相當於每秒虧損17萬美元。這次事件使騎士財務大受打擊，當年十二月，該公司被另一家證券商收購。

雖然騎士的損失源自電腦程式意料之外的行為，但演算法策略的大敵不只是技術問題。就算自動化程式正常運作，公司仍然可能受害。如果程式太循規蹈矩（因此太容易預測），可能就會遭到競爭對手利用。

2007年，交易員斯溫德·艾吉爾·拉森（Svend Egil Larsen）發現²¹，一家美國經紀商每次都以相同方式回應特定交易。無論買進多少股票，這家經紀商的軟體一定都以相仿的方式提高價格。位於挪威的拉森想到，他可以執行許多筆小交易，慢慢改變價格，再以較高價格

一次賣出大量股票。他就像心理學家帕夫洛夫進行制約行為實驗時一樣，一發出指令，演算法就乖乖照辦。幾個月內，拉森靠這個手法賺進超過五萬美元。

但不是每個人都認同這種手段。2010年，拉森和另一名有相同行為的交易員彼得·威比（Peder Veiby）遭到指控操縱市場。法院沒收他們的獲利並判處緩刑，判決宣布之後，威比的律師主張，交易對造的本質已經導致判決偏差。假如他們兩人的交易對象是愚笨的交易員，而非愚笨的演算法，法院將不會做出相同的結論。輿論也大多支持拉森和威比，媒體還把他們的行為比做羅賓漢劫富濟貧。他們的支持兩年後終於奏效，最高法院推翻原判，宣布兩人無罪。

導致演算法誤入歧途的因素很多。它們可能受程式碼中的錯誤影響，也可能在過時的系統上執行。演算法有時會做出錯誤選擇、有時可能被競爭對手誤導。但目前為止我們談到的都是單一事件：拉森針對特定經紀商，騎士是單一公司，針對維迪特提出離譜賠率的也只有一个賭客。然而投注界和金融業使用的演算法越來越多，如果單一機器人程式可能誤入歧途，那麼有許多家公司使用這類程式時，會怎麼樣？

• • •

多恩·法爾馬（Doyme Farmer）的預測研究²²，並未終止於賭場輪盤的路徑上。他於1981年在UCLA取得博士學位後，前往新墨西哥州的聖塔菲研究所，在那裡開始對財務金融感到興趣。短短幾年內，他就從預測輪盤開獎轉而預測股市起伏。1991年，他跟前守護精靈成員諾曼·派克（Norman Packard）成立避險基金。這個基金名為「預

測公司」 (Prediction Company)，計畫是把混沌理論概念運用到金融界。物理學和金融結合的結果極為成功，法爾馬在這家公司工作了八年，才決定重返學術界。

法爾馬現在是牛津大學教授，研究把複雜度導入經濟學的影響。財金界雖然已經有許多數學概念，但法爾馬指出²³，財金界通常只探討特定交易。許多人運用數學決定自己的金融產品價格，或是用來估算特定交易的風險。但這些交易總和在一起會怎麼樣？如果機器人程式會影響彼此的決定，那麼它對整體經濟制度可能有什麼影響？出問題時又會怎麼樣？

危機有時是從一句話開始。2013年4月23日午休時間²⁴，美聯社 (Associated Press) 的推特上出現以下的訊息：「最新消息：白宮兩次爆炸，歐巴馬總統受傷。」這條新聞立刻就轉送到追蹤美聯社推特的數百萬人手中，其中許多人又轉發給自己的追蹤者。

記者很快就開始質疑這條訊息的真實程度，原因之一是白宮當時正在舉行記者會（會中沒有提到爆炸）。這條訊息確實是駭客假造的。美聯社很快刪除這條訊息，帳號也暫時停用。

糟糕的是，金融市場已經對這條訊息做出反應，或者應該說過度反應。假新聞發布後不到三分鐘，標準普爾500指數 (S&P 500) 市值蒸發1360億美元。市場雖然立刻回到正常水準，但有些財務分析專家質疑：如此迅速強大的反應，究竟是否出自人類交易員之手？人類真能這麼快就看到偽造的推特訊息，而且這麼容易就相信？

這不是股市指數第一次像發瘋一樣。2010年5月6日發生了史上最嚴重的股災之一²⁵，美國金融市場當天早上開盤，原本就有幾片烏雲，例如英國大選接近和希臘財政逐漸惡化等，但沒有人想到風暴將在當天下午襲來。

道瓊斯工業平均指數當天稍早雖然稍微下跌，但到了下午2點32分則開始暴跌。到下午2點42分已經下跌4%。跌勢逐漸加快，五分鐘後又跌了5%。不到二十分鐘，股票市場總值蒸發了9000億。暴跌引發交易所的防錯機制，暫停交易一段時間。這樣可讓股價穩定下來，指數開始緩步回到原本水準。即使如此，暴跌仍然令人膽戰心驚，這究竟是怎麼搞的？

嚴重崩盤的原因，通常是某個主要觸發事件。2013年那次，是關於白宮爆炸的假推特訊息。機器人程式搜尋線上消息來源，希望比競爭對手搶先一步運用訊息，可能因此看到這條假消息，開始進行交易。次年這次事件還有個奇特的發展，美聯社引進自動化公司收益報告。演算法會過濾報告²⁶，以美聯社的傳統寫作風格產出幾百字報導，簡單說明該公司的表現。這個變革代表現在可能連金融新聞都不是人類寫的。在媒體辦公室裡，演算法把報告轉換成連貫的文句。在交易所裡，另一批機器人程式把這些文句轉換成交易決策。

一般認為，導致2010年道瓊斯指數閃電崩盤的原因，是另一類觸發事件。這類事件不是新聞，而是交易。下午2點32分，一個共同基金使用自動化程式賣出7萬5000筆期貨合約。這個程式沒有把這些訂單分散在一段時間內，變成一連串小冰山，而是把一大堆交易同時放出來。這個基金上一次處理這麼大量的交易時，花了超過五個小時才完成7萬5000筆合約，這一次則花費不到二十分鐘就全部結束。

這筆訂單當然龐大無比，但這只是單一公司的一筆訂單，恰巧分析推特訊息的機器人程式觀察範圍也相當小：絕大多數銀行和避險基金交易時不會這麼做。但這些依賴推特的演算法的反應還是造成崩盤，使整個股市損失數十億美元。這類看似獨立的事件，怎麼會導致這麼大的混亂？

要了解這個問題²⁷，可以參考1936年經濟學家約翰·梅納德·凱因斯（John Maynard Keynes）的觀察。1930年代，英國報紙經常舉行選美比賽，刊登一群美女的照片，請讀者選出六位自己認為最受歡迎的女性。凱因斯指出，狡猾的讀者不會單純選出自己最喜歡的女性，而會選擇他們猜想其他人會選擇的美女。如果讀者非常聰明，可能會想到更深一層，試圖猜測其他人認為最受歡迎的是哪幾位美女。

凱因斯指出，股市經常也有這種現象。我們推測股價時，投資人其實是試圖推測其他人的反應。股價上漲不一定是因為公司體質健全，而是因為其他投資人認為這家公司有價值。由於想知道其他人的想法，所以會有很多人提出臆測。此外，現代市場已經跟仔細考量過的報紙選美越來越不同。資訊流通快速，活動步調加快，演算法也特別容易遭遇問題。

機器人程式常被視為複雜而難以理解的東西。的確，記者撰寫關於交易演算法（或各種演算法）的文章時，特別喜歡用「複雜」這個形容詞。但在高頻交易中其實正好相反：如果想快速完成交易，就必須越簡單越好。交易金融商品時需要處理的指令越多，花費的時間就越長，所以製作人員不會讓機器人程式太過精細複雜，而會只用幾行程式碼來構成策略。法爾馬警告，這樣將使理性與合理難以存在。他說：「只用十行程式碼來做我們要做的事²⁸，代表我們不理性。這樣的智力連昆蟲都趕不上。」

交易員根據重大事件（包括推特訊息或大筆賣出訂單）做出反應時，會引起監測市場活動的高速演算法注意。如果其他人賣出股票，程式就會跟著賣出股票。股價下跌時，程式會彼此爭相交易，使股價跌得更低。股市因而陷入步調極快的選美比賽，因為沒有人想選到不會選上的美女。極快的交易速度可能造成嚴重問題，畢竟當演算法的

速度比肉眼還快時，我們很難知道誰會率先行動。法爾馬說：「允許我們思考的時間很少，因此很可能導致反應過度和一窩蜂。」

有些交易員指出²⁹，小規模閃電崩盤其實經常發生。這類崩盤幅度不大，不足以成為新聞，但只要仔細觀察就能發現。股價可能在不到一秒內大幅下跌，或是交易量會突然增加到100倍。事實上，每天可能都有好幾次這類崩盤。美國邁阿密大學研究人員觀察2006年到2011年之間的股市資料時，發現了數千次「超快速極端事件」³⁰，在這類事件中，股價可能在不到一秒內暴跌或暴漲，接著又恢復原狀。根據研究主持人尼爾·強森（Neil Johnson）表示，這類事件與傳統金融理論探討的狀況完全不同。他說：「人類無法即時預測³¹，而被超高速的機器人環境取而代之。」

• • •

一般人談到混沌理論時，通常看的是物理學的那一面。他們可能會提到愛德華·勞倫茲（Edward Lorenz）和他的預測研究以及蝴蝶效應，包括天氣的不可預測性，以及一隻小昆蟲拍動翅膀時可能會造成龍捲風。有時又可能會想到守護精靈和預測輪盤開獎結果的故事，以及撞球行進路徑可能受初始狀態影響極大。但是混沌理論現在已經超越物理學。守護精靈準備帶著輪盤投注策略到拉斯維加斯時，美國另一端的生態學家羅伯·梅伊（Robert May）正在研究一個概念，這個概念即將從根本改變他對生物系統的看法。

普林斯頓大學跟五光十色的拉斯維加斯完全不同。這片校園中有許多哥德復興式大堂³²，以及有陽光穿透的方院。松鼠跑過長滿長春藤的拱門，學生身上醒目的橘黑圍巾在新澤西州的風中飄動，如果仔

細觀察，還可看到過往著名人士的蛛絲馬跡。這裡有一條「愛因斯坦路」，就在附近的高等研究所前面繞來繞去。這裡還曾經有個「馮紐曼之角」，原因是這位數學家曾經在那裡出過好幾次車禍。據說馮紐曼對某次撞車有個十分理直氣壯的藉口，他說：「當時我開在路上，右邊的樹以每小時六十英里的速度從我身旁經過³³，突然有一棵樹跑到我的行進路線上。」

1970年代，梅伊在普林斯頓大學擔任動物學教授，大部分時間花在研究動物群落。他對動物數量隨時間改變格外有興趣。為了檢視不同因素對生態系有什麼影響³⁴，他建立了幾個簡單的族群成長數學模型。

從數學觀點看來，最簡單的族群種類，是以分散暴增方式繁殖的族群。以昆蟲為例，許多生活在溫和地區的昆蟲每季繁殖一次。生態學家可以用「單峰映象」（logistic map）方程式探討假想昆蟲族群的行為。這個概念是統計學家皮耶爾·維呂斯特（Pierre Verhulst）1838年研究族群潛在限制時首先提出³⁵。要以單峰映象計算某一年的族群密度時，必須先把族群成長率、前一年的密度，以及剩餘空間大小（也就是資源）三個因素相乘。數學形式是這樣：

$$\text{次年密度} = \text{成長率} \times \text{目前密度} \times (1 - \text{目前密度})$$

單峰映象源自一組基本假設，成長率很小時可產生單純的結果。幾季之後，族群數量將趨於平衡，族群密度則年年維持均等。

此狀況將隨成長率提高而改變。最後族群密度開始上下震盪。某一年，大批昆蟲孵出，可用資源減少，次年存活的昆蟲較少，因此可用空間較多，依此類推。如果畫出族群隨時間的改變，可得到〈圖 5.2〉的圖形。

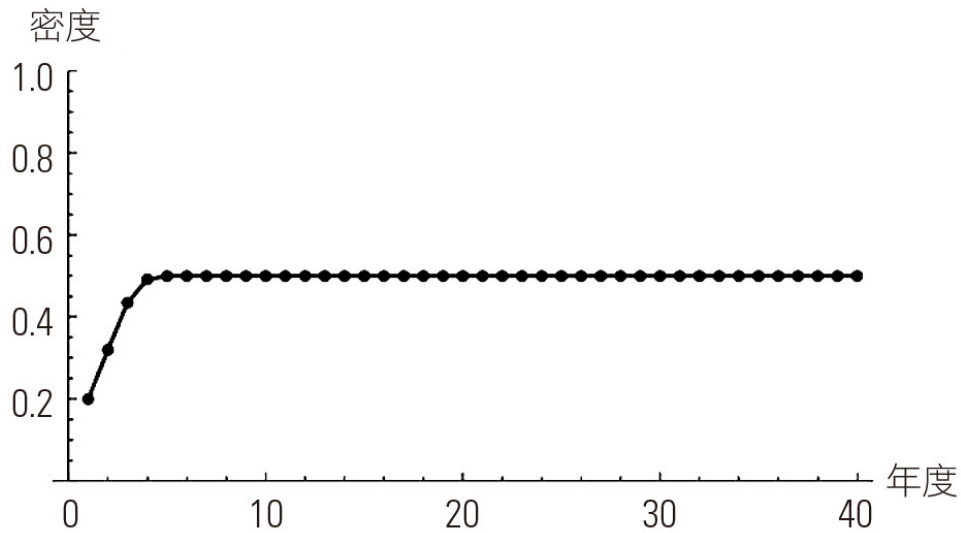


圖5.1 低成長率的單峰映象結果。

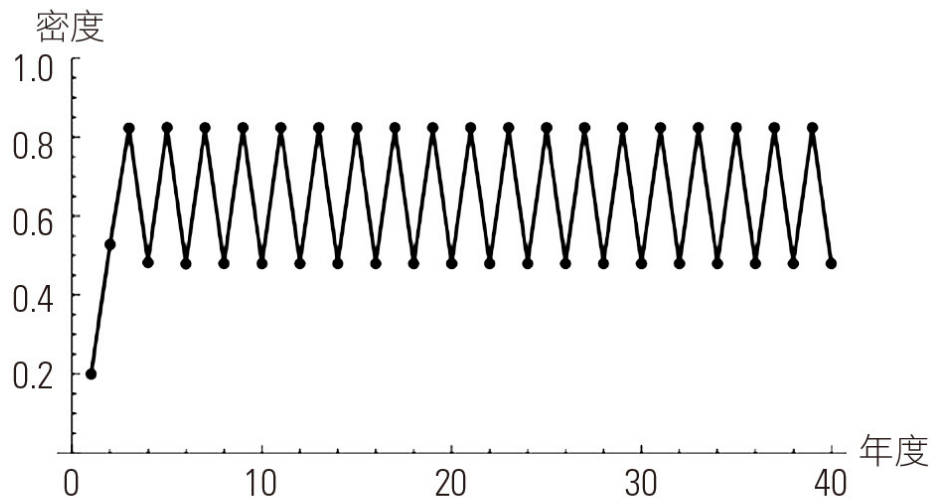


圖5.2 成長率中等時，族群密度上下震盪。

成長率進一步提高時，將會出現奇怪的現象。族群密度不會趨於固定值，也不會以可預測的方式在兩個值間擺動，而會開始大幅變化。

別忘了這個模型中不含隨機性，所以沒有機率事件。動物密度取

決於簡單的一行方程式，但結果是上下震盪又複雜的一群值，似乎完全不符合某個單純模式。

梅伊發現混沌理論可以解釋這種現象。密度大幅波動是因為族群受初始狀態影響很大。如同龐卡赫研究輪盤時的發現，初始狀態的微小改變，往往會大幅影響未來發展。雖然族群發展依循簡單明瞭的生物過程，但我們無法預測很久之後的未來會如何發展。

輪盤開出意料之外的結果時，我們不見得會驚訝，生態學家則對單峰映象竟然產生如此複雜的圖形，感到十分震驚。梅伊指出，這樣的結果也可能在其他領域造成令人困擾的情形。從政治到經濟都是如此，我們必須了解，簡單的系統運作起來不一定簡單。

除了研究單一族群，梅伊也研究整個生態系。舉例來說，當一個環境中的生物越來越多，產生複雜的交互作用時，會出現什麼狀況？1970年代初，許多生態學家會說答案是正面的。他們認為複雜度大多是有益的，生態系越多樣化，面臨突發狀況時的抵禦能力越強。

這個說法成為生態學家的信條，但梅伊認為它並不正確。為了驗證複雜系統是否確實穩定，他觀察了包含大量物種且有交互作用的假想生態系。物種間的交互作用經過隨機選擇，有些對某個物種有益，有些則有害。接著他觀察生態系受到擾亂後的狀況，來判定其穩定程度。這個生態系會回到原來的狀態，或是會有什麼地方完全不同，如同崩潰一樣？研究理論模型的主要優點之一，就是他不用擾亂真實的生態系，就能測試它的穩定程度。

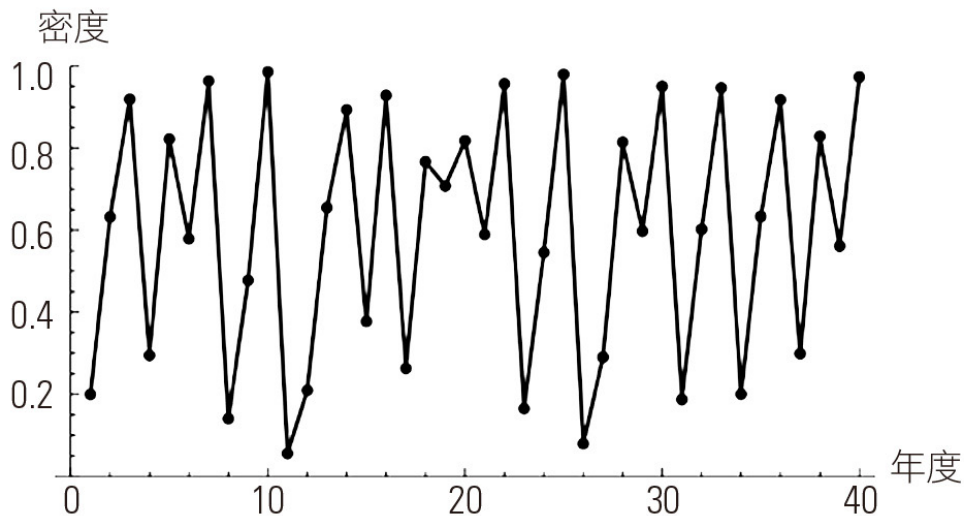


圖 5.3 高成長率使族群數量變化極大。

梅伊發現，生態系規模越大³⁶，就越不穩定。事實上，物種數量變得十分龐大時，生態系存活的機率將降低到0。提高複雜度同樣有害。生態系中連結越多、任兩個物種間交互作用頻率越高，就越不穩定。從這個模型看來，複雜的大型生態系很難、甚至不可能存在。

當然，自然界中仍然有許多複雜但看似穩定的生態系存在。雨林和珊瑚礁擁有大量各式物種，但都沒有崩潰。生態學家安德魯·多布森（Andrew Dobson）表示³⁷，這種狀況有點像是歐洲貨幣聯盟（European currency union）成立之初的笑話。觀察者表示，儘管歐元實際上運作良好，但理論上看不出來為什麼會這樣。

為了解釋理論和實際間的差異，梅伊指出大自然必須採取「迂迴策略」來維持穩定。因此研究人員採取各種複雜精細的策略，希望讓這個理論更接近自然界。但根據芝加哥大學生態學家史蒂芬諾·阿雷希納（Stefano Allesina）和唐希（Si Tang）指出³⁸，這麼做或許是不必要的。2013年，他們對梅伊的模型和實際生態系之間的差異，提出可

能的解釋。

梅伊雖然假設不同物種間的交互作用是隨機的（亦即有些有益、有些有害），但阿雷希納和唐西特別留意自然界中三種關係。第一種關係是掠食者與獵物交互作用，也就是一個物種吃掉另一個物種，其中顯然是掠食者受益而獵物受害。而在掠食之外，另外兩種關係是合作（兩方都由此關係受益）以及競爭（兩方都為此受害）。

接下來，他們觀察每種關係是否可使整個系統穩定下來。他們發現，競爭和合作關係程度過高時，會降低穩定性，掠食者與獵物關係則對系統有穩定效果。換句話說，大型生態系的核心如果有一連串掠食者與獵物交互作用，就具有抵禦擾亂的能力。

那麼這些關係對投注和金融市場有什麼影響？這些市場跟生態系一樣擁有數個不同的物種，各有不同職責以及獨特的優點和缺點。負責四處尋找套利機會的機器人程式，首先回應重要事件或不正確的價格等新資訊。另外還有「市場製造者」，負責接受雙方的交易或投注，從中賺取價差。這些機器人程式其實也是投注業者，藉由預測活動來賺錢，它們買低賣高，目標是讓收支平衡。另外還有負責把較小的交易送入市場、隱匿大筆交易的機器人程式。掠食者機器人程式負責尋找大型交易，並利用市場的後續變化牟利。

2010年5月6日的閃電崩盤事件，有1萬5000多個期貨交易帳戶牽涉其中。在後續報告中，美國證券交易委員會（SEC）把參與交易的帳戶依據角色和策略分成數類。當天下午的實際事件過程雖然還有許多爭議，但如果這次崩盤如SEC報告所說是由單一事件引發，則其後的混亂就不是單一演算法造成的結果，而很可能是許多交易程式交互作用，每個程式都各自做出反應所造成的結果。

有些交互作用在閃電崩盤事件中造成的影響特別大。在事件中途

的下午2點45分，完全沒有人買入期貨。因此高頻率演算法之間互相交易，在14秒內交易超過2萬7000筆期貨，等到交易所暫停市場交易數秒鐘，阻止價格崩盤後，才慢慢回復正常。

我們應該把投注或金融市場視為生態系，而不是固定不變的經濟法則。有些交易員是掠食者，專門吞吃較弱的獵物；有些交易員是競爭者，採取相同的策略彼此爭鬥，最後兩敗俱傷。生態學的許多觀念和警示，都可套用在這類市場上。舉例來說，簡單並不代表容易預測。即使演算法依循的規則相當簡單，它們運作起來也不一定簡單。市場中有錯綜複雜的交互作用，有些相當強固，有些則相當脆弱，因此市場中有許多不同的機器人程式不一定有益。梅伊已經證明，生態系越複雜不一定會越穩定。

糟糕的是，許多人尋找獲利策略時，一定會使複雜度提高。無論是在投注或金融市場，一旦其他人發現，這些點子的獲利能力就會降低。可供牟利的狀況一旦流傳開來，市場效率就會提高，優勢也隨之消失。因此策略必須隨現有方法失效而演進。

法爾馬指出³⁹，演進過程可以分成數個階段。為了設計出效果良好的策略，首先必須找出可以利用的狀況。接下來必須取得足夠資料，測試這個策略是否有效。賭客需要大量資料來評比賽馬或球隊，交易員也需要足夠資訊來確定自己是否確實握有優勢，而不是隨機的異常現象。在預測公司中，這個過程完全由演算法主導。法爾馬說他們的交易策略是「會演化的自動機器人」，決策過程可隨電腦經驗越來越豐富而逐步改變。

交易策略的有效壽命，取決於此策略每個演化階段的結束時間。法爾馬指出，市場效率提升，使策略失效的時間往往長達數年。當然，效率問題越大，越容易被發現和利用。由於電腦策略往往初期獲

利極高，所以也很容易出現模仿者，因此演算法必須演化得比其他類型的策略更快。法爾馬說：「大家一直在追尋高人一等的方法。」

• • •

近年來，日夜搜索金融市場和投注交易所的演算法，數量大幅增加。這兩個產業一向有許多共同概念，例如機率論和套利等，現在又多了這層新關係。但金融市場和博奕市場的區別，也比以往更加模糊。

有些投注網站現在允許用戶投注金融市場。這類交易和其他類型的線上投注一樣有博奕成分，因此在許多歐洲國家不需課稅（至少不向客戶課稅，但投注業者仍須繳稅）。最受歡迎的一種金融市場投注⁴⁰，是點差交易（spread betting）。2013年，英國大約有十萬人曾經以此種方式投注。

在傳統投注中，賭注和可能報酬是固定的。我們可投注某個隊伍獲勝或某支股票上漲，如果結果如同我們所料，就可獲得報酬，如果不然，我們就輸掉投注的金錢。點差交易則不大相同，其獲利不只取決於結果，也受結果的大小影響。假設一支股票目前的股價是50美元，而我們認為下星期將會上漲。目前股價和設定股價的差異就是「點差」，投注業者就是靠它來賺錢的。點差交易公司可能以超過51美元之後每點1美元，提供點差交易——股價高於51美元後每上漲1美元，我們就可賺到1美元，每下跌1美元，我們就損失1美元。就報酬而言，這種方式和先買進股票、下星期再賣出沒什麼不同。投注和股票交易的獲利（或虧損）大致相同。

但其中有個重要差別。如果在英國買賣股票賺到錢⁴¹，必需支付

印花稅和資本利得稅，但投注點差交易則完全免稅。其他國家的狀況則不相同。在澳洲，點差交易獲利被歸類為收入⁴²，因此必須繳稅。

無論在金融業和博奕業，決定如何規範交易都是個挑戰，然而在探討錯綜複雜的交易生態系統時，規範會造成哪些影響不一定顯而易見。2006年，美國聯邦儲備局⁴³和國家科學院找來金融專家和科學家，討論財政上的「系統性危機」。這次會議的用意，是探討整個金融體系的穩定程度，而非單一元素的狀況。

在會議中，聯邦儲備局經濟學家文森·萊因哈特（Vincent Reinhart）指出，單一行動往往可能造成多重結果。當然，問題是最終會出現哪個結果。結果不僅取決於規範者的行動，也取決於政策如何溝通以及市場對事件的反應。借用自物理學的經濟學方法在此可能無法發揮效用。物理學家研究的是依循已知法則的交互作用，通常不會研究人類的行為。萊因哈特說：「民眾認為百年風暴來臨的機率提高，不會真的提高百年風暴的發生機率。」

參與這次會議的生態學家賽門·李文（Simon Levin）說明行為是不可預測的。他指出，聯邦儲備局實施這類經濟介入手段的用意，是改變個人行為，希望改善整個體系。雖然某些措施可能改變個人行為，但很難阻止恐慌在市場中瀰漫。

然而，資訊散播速度只會越來越快。現在新聞已經不需要由人類閱讀和處理，機器人程式會自動蒐集新聞，交由程式擬定交易決策。個別演算法回應其他演算法的行動，以人類永遠無法完全掌控的步調做出決策。這樣往往會產生難以預期的激烈行為。這類問題通常源自簡單快速的高頻率演算法。機器通常既不複雜也不聰明，它們的目標是趕在其他人之前利用優勢獲利。然而要創造出最賺錢的人造賭客，動作最快不一定是最重要的。稍後我們將會了解，聰明有時更加重

要。

-
- 1 ‘What hath God wrought!’: 關於電報的歷史摘自‘The Birth of Electrical Communications—1837’. University of Salford. <http://www.centr.salford.ac.uk/comms/ebirth.php>.
 - 2 traders used telegrams to tell each other: Poitras, Geoffrey. ‘Arbitrage: Historical Perspectives’. Encyclopedia of Quantitative Finance, 2010. doi:10.1002/9780470061602.eqf01010.
 - 3 traders refer to the GBP/USD exchange rate: 作者個人經驗。
 - 4 Some would even trek further afield: Poitras, ‘Arbitrage: Historical Perspectives’.
 - 5 researchers at Athens University looked at bookmakers’ odds: Vlastakis, Nikolaos, George Dotsis, and Raphael N. Markellos. ‘How Efficient Is the European Football Betting Market? Evidence from Arbitrage and Trading Strategies’. Journal of Forecasting 28, no. 5 (2009): 426–444.
 - 6 a group at the University of Zurich searched: Franck, Egon, Erwin Verbeek and Stephan Nüesch. ‘Inter-market Arbitrage in Sports Betting’ (NCER Working Paper Series no. 48, National Centre for Econometric Research, Brisbane, Queensland, Australia, October 2009). <http://www.ncer.edu.au/papers/documents/WPNo48.pdf>.

- 7 Economist Milton Friedman pointed out: Beinhocker, Eric. *The Origin of Wealth: Evolution, Complexity, and the Radical Remaking of Economics* (Cambridge, MA: Harvard Business Press, 2006), 396.
- 8 a group of researchers at the University of Lancaster: Buraimo, Babatunde, David Peel and Rob Simmons. 'Gone in 60 Seconds: The Absorption of News in a High-Frequency Betting Market' (working paper, from the Selected Works of Dr. Babatunde Buraimo, March 2008). http://works.bepress.com/babatunde_buraimo/17.
- 9 Of the 4.4 million bets placed: 'Backing a Winner'. *Computing Magazine*, January 25, 2007. <http://www.computing.co.uk/ctg/analysis/1854505/backing-winnerw>.
- 10 'These algorithms mop up any mispricing': Author interview with David Hastie, March 2013.
- 11 It currently takes 65 milliseconds: Williams, Christopher. 'The \$300 m Cable That Will Save Traders Milliseconds'. *Telegraph*, September 11, 2011. <http://www.telegraph.co.uk/technology/news/8753784/The-300m-cable-that-will-save-traders-milliseconds.html>.
- 12 one blink of the human eye: Tucker, Andrew. 'In the Blink of an Eye'. *Optalert*, August 5, 2014. <http://www.optalert.com/news/in-the-blink-of-an-eye>.
- 13 Traders call the problem 'slippage': Liberty, Jez. 'Measuring and Avoiding Slippage'. *Futures Magazine*, August 1, 2011. <http://www.futuresmag.com/2011/07/31/measuring-and-avoiding-slippage>.
- 14 The resulting trade is known as an 'iceberg order': Almgren, Rober

t, and Bill Harts. ‘Smart Order Routing’ (StreamBase White Paper, 2008). http://www.streambase.com/wp-content/uploads/downloads/StreamBase_White_Paper_Smart_Order_Routing_low.pdf.

- 15 One example is a ‘sniffing algorithm’: Ablan, Jennifer. ‘Snipers, Sniffers, Guerillas: The Algo-Trading War’. Reuters, May 31, 2007. <http://www.reuters.com/article/2007/05/31/businesspro-usa-algorithm-strategies-dc-idUSN3040797620070531>.
- 16 As the hooves pounded the ground: 細節摘自 Rushton, Katherine. ‘Betfair Loses £40m on Leopardstown After “Technical Glitch”’. Telegraph, December 29, 2011. <http://www.telegraph.co.uk/finance/newsbysector/retailandconsumer/8983469/Betfair-loses-40m-on-Leopardstown-after-technical-glitch.html>.
- 17 Soon after the race finished: 必發論壇討論串‘Hope you all took advantage of betfairs xmas bonus’. Geeks Toy Horseracing forum, December 28, 2011. <http://www.geekstoy.com/forum/showthread.php?7065-Hope-you-all-took-advantage-of-betfairs-xmas-bonus>.
- 18 ‘Due to a technical glitch’: Webb, Peter. ‘£1k Account Caused £600m Betfair Error’. Bet Angel Blog, December 2011. http://www.betangel.com/blog_wp/2011/12/30/1k-account-caused-600m-betfair-error/.
- 19 ‘You cannot win—or lose’: Wood, Greg. ‘Betfair May Lose Out by Not Explaining How £600m Lay Bet Was Accepted’. Talking Sport (blog), Guardian, December 30, 2011. <http://www.theguardian.com/sport/blog/2011/dec/30/betfair-600m-lay-bet>.

- 20 The summer of 2012 was a busy time: 關於事件的細節摘自SEC report. ‘In the Matter of Knight Capital Americas LLC’. File No. 3–15570. October 2013.
- 21 In 2007, a trader named Svend Egil Larsen: 關於拉森案例的細節摘自Stothard, Michael. ‘Day Traders Expose Algorithm’s Flaws’. Globe and Mail, May 16, 2012. <http://www.theglobeandmail.com/globe-investor/day-traders-expose-algorithms-flaws/article-4179395/>; and Stothard, Michael. ‘Norwegian Day Traders Cleared of Wrongdoing’. Financial Times, May 2, 2012. <http://www.ft.com/cms/s/0/e2f6d1cc-9447-11e1-bb47-00144feab49a.html#axzz3hDw6Bgngj>.
- 22 編註：多恩·法爾馬的事蹟請參見第一章。
- 23 Farmer has pointed out: Farmer, J. Doyne, and Duncan Foley. ‘The Economy Needs Agent-Based Modelling’. Nature 460 (2009): 685–686. doi:10.1038/460685a.
- 24 At lunchtime on April 23, 2013: Foster, Peter. ‘Bogus’ AP Tweet About Explosion at the White House Wipes Billions off US Markets’. Telegraph, April 23, 2013. <http://www.telegraph.co.uk/finance/markets/10013768/Bogus-AP-tweet-about-explosion-at-the-White-House-wipes-billions-off-US-markets.html>.
- 25 One of the biggest market shocks: Details of the flash crash come from: US Commodity Futures Trading Commission and US Securities and Exchange Commission. Findings Regarding the Market Events of May 6, 2010. September 30, 2010. <https://www.sec.gov/news/studies/2010/marketevents-report.pdf>.

- 26 Algorithms sift through the reports: Sonnad, Nikhil. ‘The AP’s Newest Business Reporter Is an Algorithm’. Quartz, June 30, 2014. <http://qz.com/228218/the-aps-newest-business-reporter-is-an-algorithm/>.
- 27 To understand the problem: Keynes, John M. *The General Theory of Employment, Interest, and Money* (London: Palgrave Macmillan, 1936).
- 28 ‘As soon as you limit what you can do’: 引文出自2013年10月作者與法爾馬的訪談內容。
- 29 Some traders have reported: Farrell, Maureen. ‘Mini Flash Crashes: A Dozen a Day’. CNN Money. March 20, 2013. <http://money.cnn.com/2013/03/20/investing/mini-flash-crash/>.
- 30 they found thousands of ‘ultrafast extreme events’: Johnson, Neil, Guannan Zhao, Eric Hunsader, Hong Qi, Nicholas Johnson, Jing Meng and Brian Tivnan. ‘Abrupt Rise of New Machine Ecology Beyond Human Response Time’. *Scientific Reports* 3 (2013). doi:10.1038/srep02627.
- 31 ‘Humans are unable to participate in real time’: Quote from: ‘Robots Take Over Economy: Sudden Rise of Global Ecology of Interacting Robots Trade at Speeds Too Fast for Humans’ (press release, University of Miami, September 11, 2013).
- 32 The campus is a maze of neo-Gothic halls: 作者個人經驗。
- 33 ‘The trees on the right were passing me’: Halmos, Paul. ‘The Legend of John von Neumann’. *American Mathematical Monthly* 8 (197

3): 382–394.

- 34 To examine how different factors influenced ecological systems: 關於模型的細節摘自：May, R. M. ‘Simple Mathematical Models with Very Complicated Dynamics’. *Nature* 261 (1976): 459–467.
- 35 This was first proposed in 1838: Baca.r, Nicolas. ‘Verhulst and the Logistic Equation (1838)’. *A Short History of Mathematical Population Dynamics* (2011): 35–39.
- 36 May found that the larger the ecosystem: May, Robert M. ‘Will a Large, Complex Ecosystem Be Stable?’ *Nature* 238 (1972): 413–414. doi:10.1038/238413a0.
- 37 According to ecologist Andrew Dobson: Dobson, Andrew. ‘Multi-Host, Multi-Parasite Dynamics’ (*Infectious Disease Dynamics workshop*, Isaac Newton Institute, Cambridge, UK,. August 19–23, 2013).
- 38 Yet, according to Stefano Allesina and Si Tang: Allesina, Stefano, and Si Tang. ‘Stability Criteria for Complex Ecosystems’. *Nature* 483 (2012): 205–208. doi:10.1038/nature10832.
- 39 Doyne Farmer has pointed out: Farmer, J. Doyne. ‘Market Force, Ecology and Evolution’. *Industrial and Corporate Change* 11, no. 5 (2002): 895–953.
- 40 One of the most popular types of financial wager: *Investment Trends. 2013 UK Leveraged Trading Report*. December 23, 2013. http://www.iggroup.com/content/files/leveraged_trading_report_nov13.pdf.

- 41 If you make a profitable stock trade: HM Revenue and Customs. ‘General Betting Duty’. 2010. <https://www.gov.uk/general-betting-duty>.
- 42 In Australia, profits from spread betting: Armitstead, Louise. ‘Treasury to Look at Spread Betting Tax Exemption After Lords Raise Concerns’. Telegraph, November 27, 2013. <http://www.telegraph.co.uk/finance/newsbysector/banksandfinance/10479460/Treasury-to-look-at-spread-betting-tax-exemption-after-Lords-raise-concerns.html>.
- 43 In 2006, the US Federal Reserve: 細節摘自‘New Directions for Understanding Systemic Risk’ (report on a conference cosponsored by the Federal Reserve Bank of New York and the National Academy of Sciences, New York, NY, May 2006).

Chapter 6

虛張聲勢闖天下

Life Consists of Bluffing

2010年夏天，線上撲克網站開始¹清理機器人玩家。這些機器人程式假裝成真入，贏走了數萬美元，真人對手當然很不開心。網站經營公司為了反制，清除了所有顯然由程式控制的帳戶。有一家公司發現機器人程式一直贏錢後，退還將近六萬美元給所有玩家。

過不了多久，電腦程式再度現身線上撲克牌局中。2013年，瑞典警方開始調查瑞典國營線上撲克網站中的機器人程式²，發現這些機器人程式³贏走的錢相當於五十多萬美元。線上撲克網站擔憂的除了這類程式贏走很多錢，也包括它們贏錢的方式。機器人程式不是在低賭注牌局中贏過實力較弱的玩家，而是在高賭注牌局中贏錢。這些精巧的電腦玩家被發現前⁴，博奕產業中很少人發現機器人程式的實力如此堅強。

但撲克牌演算法並非一開始就這麼厲害。機器人程式在二十一世紀初開始普及時，實力還相當弱。那麼這幾年來究竟有什麼改變？想了解機器人程式的撲克牌實力為什麼變得那麼強，必須先了解人類是怎麼打牌的。

• • •

美國國會於1969年提出法案，規定電視禁止播出香菸廣告，大家

都認為美國菸草公司一定會大為光火，畢竟菸草業者每年的宣傳經費超過三億美元⁵。這件事關係重大，禁令當然會促使菸草遊說團體祭出種種強力手段，他們可能會聘請律師、質疑國會議員、對抗反菸人士。國會排定於1970年12月投票表決⁶，因此菸草公司有一年半的時間來行動。那麼菸草公司決定怎麼做呢？最後他們什麼都沒做。

這項禁令不僅不影響菸草公司的獲利⁷，事實上還對他們有利。多年來，菸草公司一直陷在荒謬的賭局中。上電視廣告對民眾是否吸菸影響極小，理論上根本是浪費錢，如果所有菸草公司聯手停止宣傳，獲利一定會增加。然而廣告對民眾選擇哪個品牌的香菸確實有影響，因此如果所有菸草公司都停止宣傳，但其中之一又開始做廣告，這家公司就會搶走其他公司的顧客。

對一家菸草公司而言，無論其他競爭對手怎麼做，最好的做法就是做廣告，這樣既可取得不宣傳產品的公司的市場，也能避免宣傳產品的公司搶走自己的顧客。合作雖然能讓所有公司省下廣告費，但做廣告則一定對個別公司有益，這表示所有公司最後一定會處於相同的狀況，拚命打廣告來抵抗其他公司瓜分市場。經濟學家把這種最佳決定取決於其他人的抉擇的狀況，稱為奈許均衡（Nash equilibrium）。廣告支出將不斷提高，直到無法負擔或外在因素迫使他們停止。

美國國會最後於1971年1月起，禁止電視播放香菸廣告。一年後，香菸廣告總花費減少了25%以上，但菸草公司營收並未減少⁸。感謝美國政府的禁令，這個平衡終於被打破。

• • •

約翰·奈許（John Nash）在普林斯頓大學攻讀博士期間，發表了

第一篇探討賽局理論的論文。他於1948年在大學部導師的推薦下獲得獎學金，進入這所大學，導師的推薦信只有短短幾句話：「奈許先生現年十九歲⁹，今年六月將由卡內基理工大學畢業。他是數學天才。」

入學後前兩年，奈許的研究主題是囚徒困境（prisoner's dilemma）這個假設性問題：有兩名人因為犯罪而被捕，各被關進不同的囚房，必須決定是否要保持緘默或指認另一人有罪。如果他們兩人都保持緘默，則各被判處一年徒刑；如果一方保持緘默，另一方指認，則保持緘默者會被判三年，指認者可無罪釋放；如果雙方都指認對方，則各被判處兩年徒刑。

整體說來，兩名囚犯都保持緘默並被判一年徒刑，是最好的結果。然而，如果你是被關在囚房裡的犯人，無從得知同夥會怎麼做，那麼指認對方有罪一定最有利。因為如果同夥保持緘默，你就可以無罪釋放，如果同夥也指認你，你只會被判兩年，而不會被判三年。因此囚徒困境的奈許均衡，是雙方都指認對方。雖然雙方最後都會被判兩年徒刑，而不是一年，但如果其中一人改變心意，則雙方都無法獲益。如果把指認和保持緘默分別改成打廣告和停止宣傳，就會發現菸草公司宣傳產品時，面臨的也是囚徒問題。

奈許於1950年取得博士學位。他的博士論文共二十七頁，說明奈許均衡有時反而可能阻撓看似有益的結果。不過奈許不是史上最先試圖以數學方法解決競爭性賽局問題的人，真正的第一人是約翰·馮紐曼（John von Neumann）。馮紐曼雖然以在洛沙拉摩斯國家實驗室和普林斯頓的研究成果聞名，但1926年時，他還是柏林大學的年輕講師；事實上，他也是該校史上最年輕的講師。他雖然在學術上成就非凡¹⁰，還是有些事情不大在行，其中之一就是玩撲克牌。

撲克牌看來應該是最適合數學家的遊戲。乍看之下，撲克牌純粹

是機率問題，包括我們拿到一手好牌的機率，以及對手拿到的牌更好的機率。但單靠機率打過撲克牌的人都知道，事情其實沒有那麼簡單。馮紐曼指出：「真實生活處處皆是虛張聲勢¹¹，例如騙人的小技巧以及推測對方認為我有什麼意圖等等。」如果他要打好撲克牌，就必須找到方法分析對手的策略。

馮紐曼首先觀察撲克牌最基本的部分¹²，亦即這是兩個人玩的遊戲。為了進一步簡化，他假設每個玩家各拿到一張牌，牌面數字介於0和1之間。兩家各下注1美元，牌局開始之後，第一位玩家（姑且叫愛麗絲）有三個選擇：蓋牌（fold）並輸掉1美元、讓牌（check，相當於不加注），以及下注1美元。接著她的對手決定要蓋牌輸掉賭注，或是跟注（此時輸贏取決於誰的牌比較大）。

愛麗絲一開始當然沒有必要蓋牌，但應該讓牌還是下注呢？馮紐曼探討各種可能性，列出各種策略的期望獲利。他發現，如果愛麗絲的牌非常小或非常大，就應該下注，如果不是的話就應該讓牌。換句話說，她在牌非常差的時候，才應該虛張聲勢。這似乎有點違反直覺，但撲克牌高手都知道應該這麼做。如果愛麗絲的牌是中低點數，就有虛張聲勢或讓牌兩個選擇。如果牌很差，除非對手蓋牌，否則愛麗絲不可能贏，所以她應該虛張聲勢。中間點數的牌就比較複雜。如果對手的牌不錯，虛張聲勢就不可能讓對手蓋牌，但愛麗絲也不應該賭自己手上的爛牌在亮牌時會贏過對方，所以最好的選擇是讓牌並祈禱自己好運。

1944年，馮紐曼和經濟學家奧斯卡·摩根斯坦（Oskar Morgenstern）在《賽局理論與經濟行為》（Theory of Games and Economic Behavior）這本書中¹³，發表了他們的見解。雖然他們的撲克牌局比真實牌局簡單得多，但他們解決了撲克牌玩家長久以來感到

困惑的難題，也就是虛張聲勢在牌局中是否真的不可或缺。馮紐曼和摩根斯坦的研究成果發表之後，數學證明答案是肯定的。

馮紐曼雖然非常喜歡柏林的夜生活¹⁴，但上賭場時並沒有運用賽局理論。他把撲克牌當成腦力挑戰，後來又轉而研究其他問題。撲克牌玩家在幾十年後，才了解如何運用馮紐曼的概念來贏錢。

• • •

賓寧賭場（Binion's Gambling Hall）是拉斯維加斯舊城的一部分，它遠離脫衣舞俱樂部和噴泉，位於活力十足的市中心區。這裡的飯店大多包含戲院、演奏廳和賭場，賓寧則一開始就是用來賭博的。1991年賓寧開業時，投注上限比其他賭場高出許多。在賭場入口處，有個立起來的巨型馬蹄鐵，底下有個箱子展示一百萬美元現鈔。賓寧賭場也是第一家為了留住賭客（和他們的錢），而提供免費飲料的賭場，因此當1970年拉斯維加斯舉行第一屆撲克世界大賽時，比賽場地自然就設在這裡¹⁵。

其後幾十年，撲克玩家每年在賓寧賭場齊聚一堂，互相比拚實力和運氣。其中有幾年競爭特別激烈。在1982年的大賽最初階段¹⁶，傑克·史特勞斯（Jack Straus）手氣不佳，輸到只剩下一枚籌碼。接著他開始反攻，贏了好幾局，逃過被淘汰的命運，最後贏得大賽冠軍。有人問史特勞斯，撲克牌玩家必須具備什麼條件才能獲勝時，他的答案是：「一枚籌碼和一張椅子。」

2000年5月18日，第三十一屆世界撲克大賽接近決勝時刻¹⁷，只剩下兩個人對戰，一方是來自德州的撲克老手T. J.克勞提爾（T. J. Cloutier），另一方是留著長髮、喜歡戴牛仔帽和太陽眼鏡的加州人克

里斯·佛格森（Chris Ferguson）。牌局開始時，佛格森手上的籌碼比克勞提爾多得多，但每打一局就減少一些。

兩人接近平手時，荷官又發出一手牌。他們玩的是德州撲克，佛格森和克勞提爾各會拿到兩張底牌。克勞提爾看過自己手上的牌（當天的第93張牌）之後，下注將近20萬美元。佛格森覺得這是取回優勢的好機會，因此跟了50萬美元。但克勞提爾也很有信心，所以把手上所有籌碼推了出去。佛格森再看了一次手上的牌。克勞提爾的牌真的比他好嗎？佛格森考慮了一會兒，決定跟著投下將近250萬美元。

德州撲克發出一開始的兩張牌後，雙方各有三次機會下注。第一次稱為翻牌（flop）。這時會發出三張牌，但必須翻開放在桌上。接著如果繼續下注，會再發出一張牌，稱為轉牌（turn）。再次下注則代表牌局到了河牌（river），這時會發出第五張牌。玩家的兩張底牌和桌上五張公用牌任取五張組合起來，牌型最大的玩家獲勝。

克勞提爾和佛格森一開始就投下全部籌碼，所以不需要後續下注。這時他們必須亮出底牌，看著荷官一張張翻開後面五張牌。兩人一亮出手上的牌，周圍的觀眾立刻就知道佛格森麻煩大了。克勞提爾有一張A和一張Q，佛格森則只有一張A和一張9。荷官首先翻開翻牌，是一張K、一張2和一張4。克勞提爾的牌還是比較好。接下來的轉牌又是K，因此輸贏就看最後的河牌。最後一張牌翻開時，佛格森從椅子上跳了起來。河牌是9，佛格森贏了這一局，也贏得這場大賽。佛格森贏得150萬美元獎金後，克勞提爾問他：「你原本覺得要贏我沒那麼難¹⁸，對吧？」佛格森回答：「我知道很難。」

佛格森在拉斯維加斯贏得世界大賽冠軍之前，沒有撲克牌手曾經在比賽中贏得百萬美元以上的獎金¹⁹。但佛格森非凡的成功並非完全依靠直覺或本能。他在世界大賽的牌局中運用了賽局理論。

佛格森擊敗克勞提爾的前一年，他在UCLA取得電腦科學博士學位。在這段期間，他在加州彩券公司擔任顧問²⁰，檢討現有的彩券玩法並且設計新玩法。他的家人同樣擁有數學專業，雙親都是數學博士，父親湯瑪斯還是UCLA數學教授。

佛格森攻讀博士學位時，很喜歡在早期的網際網路聊天室競逐虛擬籌碼。他把打牌視為挑戰，而且對此相當在行。聊天室牌局賺不到錢，但為佛格森提供了大量資料，這些資料加上電腦運算能力的進展²¹，讓他得以研究形形色色的牌局，評估該下注多少以及什麼時候需要虛張聲勢。

佛格森跟馮紐曼一樣，很快就發現撲克牌太複雜，不加以簡化沒辦法好好研究。他以馮紐曼的概念為基礎²²，決定探討兩位玩家擁有更多選擇時，會有什麼狀況。當然，實際撲克牌局剛開始的對手不只一個人，但分析單純的兩人牌局仍然相當有用。玩家可能會隨投注進展而蓋牌，所以終局時經常只剩下兩個玩家。

但這兩個玩家這時仍然有許多事可做。在馮紐曼的牌局中，第一位玩家愛麗絲有三個簡單的選擇，分別是下注1美元、讓牌和蓋牌，但在真實牌局中，愛麗絲或許會做出別的事，例如更改下注金額等。另一位玩家同樣或許不會跟注或蓋牌。這位玩家或許跟克勞提爾一樣有信心，因此提高賭注。

牌局中的選擇越來越多，挑出最佳選項也越來越複雜。馮紐曼以一個簡單狀況證明玩家應該採取「單純策略」，遵循固定規則，例如「如果這樣就一定這麼做」，以及「如果那樣就一定那麼做」。但單純策略不一定是好方法。我們拿剪刀石頭布來當作例子。每次都出相同的手勢當然很一致，但如果對手發現你的策略，就很容易擊敗你。比較好的做法是採取「混合策略」，不要每次都用同樣的方法，而是

以固定機率出剪刀、石頭和布。理想上，我們會均衡地出這三種手勢，讓對手猜不出來我們接下來要出什麼。以剪刀石頭布而言，面對新對手的最佳策略是隨意選擇，每個選項出現的次數都是1/3。

撲克牌中也有混合策略。從終局分析可以得知，我們應該平均分配誠實和虛張聲勢的次數，讓對手難以決定應該跟注或蓋牌。此外也和剪刀石頭布一樣，我們不希望對手猜到我們可能會怎麼做。佛格森說：「我們希望讓對手越難做決定越好²³。」

佛格森過濾由聊天室取得的資料，找出其他需要改進的地方。經驗豐富的玩家拿到好牌時，會大幅提高賭注，促使對手蓋牌。這麼做可以消除公用牌翻開之後，較小的牌反而獲勝的可能性。但佛格森的研究指出加注經常太高，我們有時應該減少下注金額，讓其他人繼續玩下去。除了以很大的牌贏到更多的錢²⁴，這樣也可在輸掉時不會損失那麼多。

佛格森在研究中發現，找出打撲克牌的最佳方法，不一定是不計代價追求獲利。他有一次告訴《紐約客》（The New Yorker）雜誌，最佳策略的重點不是「我該怎麼贏到最多？」²⁵而是「我該怎麼輸掉最少？」新手玩家經常會弄混這兩件事，因此蓋牌次數不夠多。沒錯，蓋牌贏不到錢，但放棄一手牌可讓玩家避開損失更大的後續投注。佛格森把所有結果列成詳細的表格，並記住所有策略，包括虛張聲勢、何時下注、應該提高多少賭注，接著開始真的賭。他於1995年第一次進入世界大賽，五年後拿到冠軍。

佛格森一向很愛學習新技巧²⁶。他曾經無師自通，學會射出紙牌，切斷十英尺外的胡蘿蔔。2006年，他決定接受新挑戰—他要從一無所有開始²⁷，賺到一萬美元。他的目標是證明打撲克牌時資金管理非常重要。如同凱利準則協助賭客調整玩廿一點和投注運動時的投注

金額一樣，佛格森也知道，調整打牌風格，在獲利和風險間取得平衡相當重要。

由於是從一無所有開始，佛格森的首要任務是取得一些現金。幸運的是，有些上撲克網站每天都舉行免費淘汰賽。好幾百名玩家可以免費參加比賽，最後十多名玩家可以贏得獎金。著名玩家很少參加免費淘汰賽，即使參加也不會認真打牌。其他線上玩家發現對手是著名玩家時，大多也會認為是開玩笑。佛格森這樣的世界冠軍，怎麼可能來參加免費撲克牌比賽？

佛格森嘗試幾次之後，終於賺到重要的現金。後來他寫道：「我記得挑戰開始後幾個星期，我賺到最開始的2美元²⁸。接著我花了三天擬定策略，研究要用這筆錢玩哪種玩法。」最後他選擇玩賭注最低玩法，但第一局就輸光了。自己再度一無所有之後，他再回到免費淘汰賽重新來過。要達成目標，他顯然必須極有紀律才行。

佛格森每星期打牌十小時，花了九個月才賺到100美元（他原本預計六個月）。他繼續努力，遵守非常嚴格的規則。舉例來說，他每一局只投入全部本錢的5%。也就是說，如果他輸掉幾局，就必須回到賭注更低的牌桌。就心理學說來，他發現要降低等級很困難。佛格森已經習慣了高賭注牌局的刺激和獲利，降低等級之後，他失去了焦點，辛苦地遵守規則。他不冒更大的險，而是退回一步。除非他重新專注起來，否則打牌就沒意義了。佛格森小心翼翼地繼續打了九個月牌，終於攢到一萬美元。

這次資金挑戰和先前在世界大賽中的勝利，為佛格森取得撲克理論大師的地位。他的成功大多源自最佳策略的研究工作，但撲克牌這類賽局中是否一定有策略存在？這其實正是馮紐曼在柏林大學的時候，開始研究雙人賽局時提出的問題之一。這個答案除了奠定整個領

域的基礎，也將導致一場激烈紛爭，爭議誰才是賽局理論真正的發明者。

• • •

撲克牌這類遊戲是零和賽局，勝方的獲利總和等於其他所有玩家的損失總和。如果有兩位玩家參與，這表示其中一定有一人想盡可能減少對手的報酬，而對手則想盡可能增加報酬。馮紐曼把這類問題稱為大中取小問題（minimax problem），希望證明雙方可在這類拔河遊戲中找出最佳策略。為了達成目標，他必須證明對兩位玩家而言，無論對手怎麼做，一定能找到方法，盡量減少本身的最大可能損失。

雙玩家零和賽局最著名的例子是足球罰球。罰球的結果不是踢進就是沒踢進，踢進時是主罰球員勝而守門員敗，沒踢進時則相反。罰球時守門員的反應時間非常短，所以通常在主罰球員踢球之前，守門員就會決定要往哪一邊撲球。

由於球員不是慣用左腳就是慣用右腳，所以選擇球門左邊或右邊將會影響得分機率。布朗大學經濟學家伊格納奇歐·帕拉喬斯－衛爾塔（Ignacio Palacios-Huerta）²⁹研究1995年到2000年間歐洲聯賽所有罰球時，發現進球機率取決於主罰球員是否選擇球門中較「自然」的一邊（對慣用右腳的球員而言是球門的左邊，對慣用左腳的球員而言則是右邊）。

罰球資料顯示，如果主罰球員選擇自然的一邊，而且守門員選對邊，則主罰球員得分的機率有70%，如果守門員選錯邊，則進球機率有90%。相反地，處罰球員選擇不自然的一邊，而守門員選對邊時，得分機率是60%，如果守門員選錯邊，得分機率為95%。〈表6.1〉完

整列出了這些機率。

表6.1 罰球得分機率，取決於主罰球員和守門員分別選擇哪一邊。

		守門員	
		自然	不自然
主罰球員	自然	70%	90%
	不自然	95%	60%

如果主罰球員想盡量降低自己的最大可能損失，就應該選擇自然的一邊，因為這樣一來，即使守門員選對邊，球員至少還有70%的機會得分。相反地，守門員則應該撲向主罰球員不自然的一邊，最差的狀況下，球員得分機率是90%，而不是95%。

如果這些策略是最佳策略，則主罰球員和守門員的最差狀況機率將會相等，原因是罰球是零和賽局，每個人都想盡量壓低可能損失，也就是說，如果每個人都採取完美策略，應該就能降低對手的最大報酬。但實際上顯然不是這樣，因為主罰球員的最差結果是得分率為70%，而守門員的最差結果則是讓90%的球射進。

這些值不相等，代表每一方都可調整策略，提高自己成功的機率。如同玩剪刀石頭布一樣，不斷變換選擇比依靠單一的純粹策略來得好。舉例來說，如果主罰球員永遠選擇自然的一邊，守門員也應該偶爾選擇這一邊，如此可把90%的最差狀況機率降低到70%。相對地，主罰球員也可以採取混合策略，來因應守門員的策略。

帕拉喬斯－威爾塔計算主罰球員和守門員的最佳方法時，發現兩方都應該以60%的機率選擇球門自然的一邊，其餘40%的時間選擇另一邊。跟打撲克牌時的虛張聲勢一樣，這樣可讓對方弄不清楚接下來

會怎麼樣，使對手無法改變策略來提高自己的獲勝機率。守門員和主罰球員都能成功減少自己的損失，同時降低對方的收穫。神奇的是，這個60%的建議值，正好跟球員選擇每一邊的實際機率相差無幾，也就是說，無論主罰球員和守門員是否知道這個規則，他們實際上都已經採用了最佳的罰球策略。

• • •

馮紐曼於1928年完成大中取小問題的解答³⁰，把結果發表在《室內遊戲理論》這篇論文中。他證明這類最佳策略一定存在，是極為重大的突破。後來他表示，如果沒有這個結果，繼續研究賽局理論就沒有意義了。

馮紐曼用來解決大中取小問題的方法，一點也不簡單。這個方法既冗長又繁複，被稱為數學史上「不世出的傑作」，但並非所有人都很欣賞。法國數學家莫里斯·弗雷歇（Maurice Fréchet）就主張，馮紐曼大中取小問題的數學原理早已存在，（但馮紐曼顯然不知道）。他說馮紐曼只是把這個技巧套用到賽局理論，「就像走進一扇早已敞開的大門」。

弗雷歇所說的方法是他的同事埃米爾·波瑞爾（Émile Borel）的心血結晶。波瑞爾發明這種方法的時間，比馮紐曼早了好幾年。1950年代初，波瑞爾的論文終於在英國發表時，弗雷歇撰寫了一篇介紹，說這種方法的發明者是波瑞爾。馮紐曼大為光火，雙方在《經濟計量學》（Econometrica）期刊上隔空交火。

這個爭議提出了以數學解決實際問題時的兩個重要問題。首先，我們往往很難確定理論的發明者是誰。應該歸功於製作數學磚瓦的研

究者，還是用磚瓦蓋成建築物的人？弗雷歇顯然認為，製作磚瓦的波瑞爾應當享有這個功勞，但歷史卻因為馮紐曼運用數學原理，提出賽局理論，因而把功勞給了馮紐曼。

這場爭議也凸顯出，大家所知的重大研究成果，不一定是它的原始面貌。弗雷歇雖然為波瑞爾的研究成果大抱不平，但並不認為大中取小問題有何特別，因為數學家早就知道這個概念，只是形式不同。直到馮紐曼把大中取小概念套用在賽局上，它的價值才變得明顯。佛格森把賽局理論套用到撲克牌時也發現，一個對科學家而言不起眼的概念，套用到其他情境時，往往威力強大。

馮紐曼和弗雷歇爭辯得面紅耳赤之際，奈許正在普林斯頓大學忙著博士論文。他提出奈許均衡，擴展馮紐曼的研究成果，讓它適用於更多狀況。馮紐曼探討的是雙人零和賽局，奈許則證明即使有多個參與者且報酬不均等，最佳策略仍然存在。不過知道最佳策略一定存在，對撲克牌手而言只是開端，接下來的問題是該怎麼找到最佳策略。

• • •

機器人程式設計人員大多不會仔細研究賽局理論，找出最佳策略，而只會參照規則尋求方法。他們針對牌局中可能遇到的各種狀況，設定一連串「碰到這種狀況時就這麼做」的指令。因此，規則式機器人程式的行為，取決於設計人員的投注風格，以及設計人員心目中優秀玩家的行動方式。

電腦科學家羅伯·佛列克（Robert Fellek）於2003年取得碩士學位後³¹，製作了稱為「一飛沖天機器人」（Soarbot）的規則式撲克牌程

式，他製作時採用密西根大學研究人員開發的Soar決策法。一飛沖天機器人在撲克牌局中的行動分為三個階段：一開始，它會記錄目前狀況，包括拿到的底牌、公用牌的點數，以及已經蓋牌的玩家人數等。有了這些資訊之後，程式就開始搜尋預先寫入的所有規則，找出適用於當前狀況的所有規則。

取得所有可用選項之後，程式就進入決策階段，依據佛列克設定的偏好選擇行動。這個決策過程可能造成問題。事先設定的偏好偶爾會不夠完整，使一飛沖天機器人找不到適合的選項，或是無法從兩個可能行動中選出一個。事先設定的偏好也可能前後不一。因為佛列克是分別輸入每個偏好，所以程式中有時會包含兩個相反的偏好，舉例來說，某條規則可能要一飛沖天機器人在某種狀況下投注，另一條規則卻要它蓋牌。

即使以人工方式多加幾條規則，程式仍然偶爾會自相矛盾或不夠完整。數學家對這類問題已經相當熟悉。庫爾特·戈德爾（Kurt Gödel）於1930年取得博士學位後一年發表一項定理，指出規範算數的法則不可能既完整又一致，這項發現震撼了學術研究圈。當時頂尖的數學家都針對這個主題，努力建構一套堅實的法則和假設系統，希望消除先前發現的幾個不合邏輯之處。這群研究人員由在德國指導過馮紐曼的大衛·希爾伯特（David Hilbert）領軍³²，希望找出一套法則既完整（讓所有數學敘述都能以這些法則證明）又一致（其中沒有互相矛盾的法則）。但戈德爾的不完整理論已經證明，這個目標不可能達成。我們無論指定哪些法則，都一定會有些狀況必須添加法則來規範。

戈德爾極端在乎邏輯的個性，在學術界之外也常造成問題。1948年，他在念書準備美國公民考試時告訴贊助人奧斯卡·摩根斯坦

（Oskar Morgenstern），他發現美國憲法有些矛盾之處³³。戈德爾表示，有心人可以利用這些矛盾構成的法律漏洞成為獨裁者。摩根斯坦告訴他，在面談時最好不要講這些。

• • •

佛列克相當幸運，當初開發一飛沖天技術的團隊，找到了解決戈德爾問題的方法。機器人程式遭遇困難時，會自己創造新規則，因此佛列克的一飛沖天機器人無法決定該怎麼做時，就會隨意選取一個選項，把這個選擇加入規則中。下次再碰到同樣狀況時，它就會搜尋記憶，找出上次是怎麼做的。這類「機器學習」讓機器人程式可邊做邊添加新規則，因此能避開戈德爾提到的陷阱。

佛列克讓一飛沖天機器人跟人類與電腦玩家對決時，他的作品顯然不是對手。他說：「它的實力比差勁的人類玩家強得多，但遠不及厲害的人類和軟體玩家。」事實上，一飛沖天機器人的實力大概跟佛列克相當。雖然他研究過撲克牌策略，但他差勁的牌藝也影響了機器人程式的實力。

2004年之後，平價軟體讓玩家自己製作機器人程式，撲克牌機器人程式越來越普遍³⁴。只要改變設定值，就能決定程式要依循的規則。如果規則設定得當，這類機器人程式就能勝過某些對手。不過佛列克也發現，由於規則式機器人程式的結構影響，它們的牌藝通常跟製作者相仿。依據機器人程式在線上打牌的成績看來，大多數製作者的打牌實力都不是很強。

由於規則式策略往往難以致勝，所以有些人想藉助賽局理論，加強機器人程式的實力。但德州撲克這麼複雜的賽局，往往不容易找出

最佳策略。德州撲克中可能出現的狀況極多，所以很難算出理想的奈許均衡。解決這個問題的方法之一，是簡化條件，改成簡易版的牌局。如同簡化版牌局³⁵讓馮紐曼和佛格森了解這種玩法一樣，簡化也有助於我們找出接近真實最佳策略的打牌技巧。

有種常見的技巧，是把類似的牌局集中在「水桶」裡。舉例來說，我們可以算出某兩張底牌在攤牌時，贏過任意一手牌的機率，再把贏牌機率相仿的牌局放進同一個水桶。這種估算方式，可大幅減少我們必須探討的可能狀況的數量。

水桶分組法也適用於其他賭局。廿一點的目標是點數要盡可能接近二十一點，所以知道下一張牌是大是小，就可讓玩家取得優勢。算牌者獲取這項資料的方法，是記住已經發出的每一張牌，從而得知剩下哪些牌。但如果賭場一次使用六副牌，就很難記住已發出的每一張牌，因此算牌者通常會把牌分組，例如分成大、中、小三組，邊打牌邊計算已發出的牌數。出現一張大牌時，就把牌數加上1，出現小牌時則減去1。

在廿一點中，分組只能概算牌數，玩家設定的組數越少，牌數越不精確。同樣地，玩家也無法藉助分組訂出必勝策略，只能產生效果不一的「近平衡策略」（即接近奈許均衡）。如同主罰球員可以跳脫簡單的純粹策略來提高得分機率，我們也可依據玩家改變手法所獲得的效果，把這些不一定必勝的撲克牌策略加以分類。

即使採用水桶分組法，我們仍然需要方法來訂定打撲克牌時的近平衡策略，方法之一是採取「遺憾最小化」技巧³⁶。首先製作一個虛擬玩家，隨意選擇一個初始策略。在某個狀況下，這個程式有一半的機率蓋牌、一半的機率下注，而且從來不讓牌。接著我們模擬許多次牌局，讓虛擬玩家依據後悔次數來調整策略。舉例來說，如果對手過

早蓋牌，虛擬玩家或許會後悔下注太多。一段時間之後，虛擬玩家就可盡量降低後悔次數，並在過程中形成最佳策略。

減少後悔次數就是問自己：「如果我選擇另一個做法，會覺得如何？」因此在參與機率賽局時，回答這個問題的能力就顯得相當重要。2000年，美國愛荷華大學研究人員發表論文指出³⁷，大腦與後悔有關的部位（例如眼眶額葉皮質）損傷的患者，在投注賭局中的表現與大腦正常的人差異甚大，但原因並非大腦損傷患不記得以往的錯誤決定。在許多例子中，眼眶額葉損傷患者記憶運作正常，研究人員請他們排列紙牌或配對各種符號時，他們都能順利完成，但面對不確定的狀況，必須運用過往經驗權衡風險時就有困難。研究人員發現，患者的決策過程缺少遺憾的感受時，就很難掌握有風險成分的賽局。除了盡可能提高報酬，我們似乎也必須回顧原本可能發生的狀況，透過事後檢討來修正策略。這點與許多經濟理論相反³⁸。經濟理論大多只注意期望報酬，一般人則希望盡量提高未來報酬。

遺憾最小化逐漸成為人造玩家的優異工具。機器人程式可藉由反覆參與遊戲和評估過往經驗，擬定撲克牌的近平衡策略，以這種方式擬定的策略，成效要比單純的規則式方法高出許多。但這類方法仍然必須提出估計，因此如果遭遇到必勝的機器人程式，近平衡策略將難以取勝。但要製作出在複雜賽局中必定取勝的機器人程式，容不容易呢？

• • •

賽局理論用在資訊全部已知的直接賽局上效果最好。圈叉遊戲就是個好例子：大多數人玩過幾局之後，就能抓到奈許均衡，這是因為

這種遊戲的進展方式不算很多：只要一方有三個連成一線，遊戲就告結束；兩個玩家必須輪流畫下；棋盤放置方向對遊戲沒有影響。因此雖然在縱橫各3格的棋盤上放置×和○的方式共有39種，但在這19683種組合中，只有100種左右真正有意義。

圈叉遊戲非常簡單，所以很容易找出因應對手行動的最佳方案，如果雙方都知道最佳策略，這個遊戲就一定會以平手收場。然而西洋跳棋就一點都不簡單了，即使是最優秀的棋手，也找不出必勝策略。不過如果要說有誰已經找到了，這個人應該就是馬里昂·汀斯利（Marion Tinsley）。

汀斯利是住在佛羅里達州的數學教授，以所向無敵聞名。他於1955年首次贏得世界冠軍，在連贏四年後因為欠缺競爭對手而決定退休。他於1975年重返錦標賽，立刻又橫掃所有對手，再次取得世界冠軍。然而十四年後，汀斯利對西洋跳棋的興趣又消退下來。當時他聽說加拿大亞伯達大學（University of Alberta）³⁹正在開發一套軟體。

喬納森·薛佛（Jonathan Schaeffer）現在是亞伯達大學的院長，但1989年時還是電腦科學系的年輕教授，他花了一些時間研究西洋跳棋程式之後，對這種遊戲開始感到興趣。西洋跳棋和西洋棋一樣，使用縱橫各八格的棋盤，棋子以對角方式向前移動，跳過對方棋子後就可把它吃掉；棋子到達棋盤對面後就成為國王，可任意向前或向後移動。西洋跳棋的規則相當簡單，很容易了解，玩家也可完整預測每一步的後續動作，所以深受賽局理論科學家喜愛。電腦經過訓練後，說不定也能在這種遊戲中取勝？

薛佛決定以加拿大草原上乾燥溫暖的風，把這個剛發動的西洋跳棋程式計畫命名為奇諾克（Chinook）。這個名字是雙關語⁴⁰，靈感來自西洋跳棋的另一個英文名稱draughts（乾旱）。在同校的電腦科學家

和西洋跳棋愛好者的協助下，薛佛很快著手處理第一個挑戰：如何因應這種遊戲的複雜度。西洋跳棋的棋盤總共約有1020種可能位置，也就是10後面有20個零⁴¹，大概相當於全世界所有海灘的沙粒總數。

為了在數目如此龐大的可能性中找到目標，他們設定奇諾克遵循大中取小法，盡可能尋求損失最小的策略。在遊戲中的任何一刻，奇諾克都有一定數目的棋步可走，依據對手是誰而定。隨著棋局進行，奇諾克會慢慢「修剪」這棵決策樹⁴²，剪除可能會使它落敗的弱步，尋找較強且有機會贏得遊戲的分支。

奇諾克也擁有幾個用來對付人類對手的技巧。當它找到最後會跟必勝電腦對手打成平手的策略時，不一定會加以忽略。如果平手的結果是在漫長又糾纏的選項分支末端，人類或許會在這當中出現失誤。奇諾克跟其他許多博弈程式不同的是，它經常捨棄依據賽局理論而言似乎較好的策略，轉而採取這類違反人性的技巧。

奇諾克於1990年第一次參加比賽，在美國全國西洋跳棋錦標賽中拿下第二名。原本這樣也可取得參加世界錦標賽的門票，但美國西洋跳棋聯盟和英國西洋跳棋協會不希望電腦參賽。幸運的是，汀斯利跟他們看法不同。1990年非正式地對奕過幾局後，汀斯利很欣賞奇諾克積極大膽的棋風。人類對手有時會試圖逼和，奇諾克則會放手一搏。汀斯利決意要跟電腦在比賽中對奕，自願放棄自己的冠軍頭銜。主管機構雖然不情願，最終還是決定允許電腦參賽。1992年，奇諾克和汀斯利在人機世界錦標賽中對奕，雙方共對奕39局，汀斯利取得4勝、奇諾克2勝，33局平手。

薛佛等人雖然是汀斯利的對手，但也想更上一層樓，想讓奇諾克所向無敵。奇諾克依靠詳細的預測來運作，因此棋力高超但依然極易受機率影響，如果能去除運氣成分，就能使奇諾克成為必勝的西洋跳

棋高手。

說西洋跳棋有運氣成分似乎有點奇怪。如果有兩局棋開頭的棋步完全相同，則這兩局棋結果一定也會相同。以數學術語來說，西洋跳棋具有「確定性」，不像撲克牌一樣受隨機性影響。但奇諾克下西洋跳棋時，無法完全藉由行動來控制結果，也就是說它還是可能被擊敗。理論上，它甚至可能輸給完全不會下西洋跳棋的人。

要了解其中緣由，必須先介紹波瑞爾的另一項研究。他除了研究賽局理論，也對機率極低的事件有興趣。為了說明只要時間夠長，罕見事件也一定會出現，他創造了無限猴子定理（infinite monkey theorem）⁴³。這個定理內容相當簡單：如果有一隻猴子坐在打字機前隨意敲打（但不是像2003年普利茅斯大學〔University of Plymouth〕研究團隊找來的真猴子一樣，把整台打字機捶壞），而且打了無限久。如果這隻猴子不斷敲打鍵盤，最後一定會敲出整套《莎士比亞全集》的內容。這個定理指出，這隻猴子有極小的機率，在某一刻以正確的組合和順序，敲出莎士比亞全部三十七部的劇本。

當然，世界上沒有一隻猴子能長生不死，當然更不可能坐在打字機前那麼久。所以我們可以把猴子想成隨機字母產生器，不斷任意輸出字母。因為字母是隨機產生，所以（儘管機會極小但）猴子確有可能一開始敲出的，就是哈姆雷特開場的第一句台詞：「那邊是誰？」接著這隻猴子說不定運氣非常好，不斷敲出正確字句，直到打完所有劇本。這當然機率非常低，但還是有可能的。此外，這隻猴子也可能先敲出一大堆完全沒有意義的字母，最後碰巧敲出正確的字母組合。最後，牠也可能敲了幾十億年亂七八糟的東西，最後才以正確順序敲出正確字母。

個別看來，這些事件發生的機率都非常低，但是猴子可敲出《莎

士比亞全集》的方式非常多（其實是無限多），所以最後出現這個結果的機率就變得非常高，甚至可說一定會出現。

現在假設我們把打字機換成棋盤，再教這隻假想的猴子西洋跳棋基本規則，讓牠下出一連串完全隨機（但有效）的棋步。依據無限猴子定理，因為奇諾克完全依靠預測來運作，所以這隻猴子最後一定會下出獲勝的棋步組合。電腦在圈叉遊戲中一定會逼和，但西洋跳棋的勝利則取決於奇諾克的對手怎麼下，因此有一部分不在電腦掌握之中。換句話說，想取勝得靠運氣。

奇諾克於1996年最後一次比賽後就不再參賽，但薛佛等人並未完全讓這個冠軍軟體退休，而是讓它專心研究無論對手怎麼下棋，都能取勝的西洋跳棋策略。最後，亞伯達大學的研究團隊於2007年發表論文，宣告「西洋跳棋已然破解⁴⁴」。

西洋跳棋這類遊戲的解法分成三個等級。最詳細的強解（strong solution），包含無懈可擊的棋手在任何時刻接手任何棋局（包括先前已經出現失誤的棋局）的最後結果。也就是說，無論從什麼地方開始下，我們都會知道接下來的最佳策略。雖然這類解法需要進行大量計算，我們卻已找出圈叉遊戲和四連環等簡單遊戲的強解。

第二種解法是我們已經知道最佳結果，但是只知道從頭開始進行遊戲時該如何達成這個最佳結果。這類弱解（weak solution）在複雜遊戲中特別常見。在這類遊戲中，我們只可能觀察到雙方棋步都無懈可擊時會出現什麼狀況。

最低一級的超弱解（ultraweak solution）說明雙方的棋步都無懈可擊，但不知道這些棋步時的最後結果。舉例來說，雖然我們已經知道四連環和圈叉遊戲的強解，但奈許於1949年證明⁴⁵，當這類以數顆棋子連線的遊戲中雙方都沒有失誤時，後下的一方一定不會贏。我們即

使找不出最佳策略，也能證明這個說法正確。方法是先假設這個說法不正確，再證明這個假設不合邏輯。數學家稱這種方法為反證法（proof by contradiction）。

一開始，我們先假設後下的玩家確有可取勝的棋步組合。先下的玩家很容易就可取得優勢，只要先隨便下開局這一步，等後下的玩家出手回應後，再從此時開始「竊取」後下玩家的必勝策略就行了。事實上，先下的玩家這時已經變成後下的玩家。這種「策略竊取法」奏效的關鍵，在於一開始隨便下的一步，一定會提高先下玩家的獲勝機率。

先下的玩家搶到後下玩家的必勝策略就一定會贏。然而我們一開始就假設，後下的玩家擁有必勝策略，因此這代表雙方都獲勝，顯然不合邏輯，所以唯一合乎邏輯的結果，就是後下的玩家不可能贏。

知道一個遊戲具有超弱解很有趣，但是無法真正協助玩家取得勝利。相反地，強解雖然提供了最佳策略，但遊戲的可能棋步組合很多時，強解往往很難找到。因為西洋跳棋的複雜程度，大約比四連環高出一百萬倍，所以薛佛等人專注於尋找弱解。

奇諾克和汀斯利對奕時，是由兩種方法中選擇其一做出決定。在棋局初期，它會搜尋可能棋步，並預測未來的可能發展。而到最後階段，棋盤上的棋子較少，可供分析的可能性也較少時，奇諾克會參考自己的「終局資料庫」中的必勝策略。汀斯利對終局也研究得相當透徹，這也是他屹立不搖的原因之一。1990年他和奇諾克開始對奕不久的某一局中，這點尤其明顯。奇諾克剛下完第十步，汀斯利就說：「你會後悔的。」二十六步之後⁴⁶，奇諾克棄子投降。

亞伯達大學研究團隊的挑戰，是把兩種方法融合起來。1992年，奇諾克只能預測十七步，終局資料庫只包含棋盤上剩餘棋子少於六個

的狀況，其餘就只能依靠猜測。

電腦運算能力不斷提升，到了2007年，奇諾克能預測的棋步增加了許多，終局資料庫也擴充了不少，可找出從開局到結尾的最佳策略。這項成就十分重要，刊載在《科學》期刊上。不過要不是它跟汀斯利對奕，這個策略或許永遠不會被發現。亞伯達大學的研究團隊後來表示，奇諾克計畫「原本可能在1990年就因為缺少人類競爭而提早陣亡⁴⁷」。

儘管它已經是無懈可擊的策略，薛佛仍然不建議用它來面對實力不夠強的對手。從奇諾克早期跟人類的對奕看來，如果跳脫最佳策略可提高對手發生失誤的機率，那麼跳脫通常有益。這是因為大多數棋手沒辦法像奇諾克一樣，預測到未來幾十步。在西洋棋和撲克等雙方都沒有必勝策略的遊戲中，發生失誤的機率往往更高。因此又帶出了一個重要問題：如果把賽局理論運用在複雜到難以完全理解的遊戲時，將會出現什麼狀況？

• • •

除了托比亞斯·加拉（Tobias Galla），英國曼徹斯特大學物理學家法爾馬也開始質疑⁴⁸，賽局理論在賽局不簡單時是否依然適用。賽局理論的基本假設是玩家全都是理性的。換句話說，所有玩家都知道自己做出的各種決定會有什麼影響，並選擇對自己最有利的決定。在圈叉遊戲和囚徒困境等單純賽局中，我們很容易了解各種可能選項，也就是說，玩家的策略幾乎一定可以達成奈許均衡。但如果賽局複雜到我們無法完全掌握時，又會是什麼狀況？

西洋棋和許多種撲克牌玩法非常複雜，無論是人類或電腦，都還

找不出最佳策略。金融市場也有類似的問題。雖然股價或債券收益率等重要資訊隨手可得，但銀行和經紀商間造成市場起伏震盪的交互作用則太過複雜，無法完全了解。

撲克牌機器人程式試圖先「學習」一套策略，再實際參與牌局，藉以解決這個問題。但在實際生活中，撲克牌玩家通常是邊打牌邊學習策略。經濟學家曾經提出，一般人常採用「經驗加權吸引力」來選擇策略，比較偏好以往成功的行動。加拉和法爾馬想了解，這個學習過程是否能協助困難賽局的玩家找到奈許均衡。此外他們也很想知道，賽局沒有達到最佳結果時，會出現什麼狀況，玩家可能會出現什麼樣的行為？

加拉和法爾馬開發了一種遊戲。在這種遊戲中，兩個電腦玩家各由50個步驟中進行選擇。依據雙方選擇的組合，雙方可各自得到遊戲開始前隨機設定好的報酬。這些事先決定的報酬值，決定了這個遊戲的競爭程度。報酬介於零和（一方的損失等於另一方的獲利）和雙方相等之間。玩家的記憶範圍也可能改變。在某些遊戲中，玩家會在學習過程中把先前的每一步列入考慮，但在某些遊戲中則沒那麼在意過往事件。

研究人員設定不同程度的競爭性和記憶能力，觀察玩家的選擇如何隨他們學習選擇結果較佳的行動，而逐漸改變。玩家記憶力較差時，相同的決定很快就會一再出現，玩家也經常陷入針鋒相對的行為。但雙方的記憶力都很好且遊戲競爭程度很高時，就會出現奇怪的狀況，玩家的決定不會逐漸趨向平衡，反而會大幅震盪，如同法爾馬念書時紀錄的輪盤小球一樣，玩家的選擇往往彈跳得難以掌握。研究人員發現，玩家人數增加時，混亂難解的決策變得更常見。遊戲變得複雜時，我們或許不可能預測玩家的選擇。

此外也會出現其他模式，包括我們以往在真實遊戲中看過的各種模式。1960年代初，數學家本華·曼德博（Benoît Mandelbrot）研究金融市場時，發現股票市場的波動期往往接連不斷⁴⁹。他指出：「大變化後面往往還會出現大變化，小變化之後往往會接連出現小變化。」經濟學家後來對群聚波動（clustered volatility）大感興趣。加拉和法爾馬也在他們設計的遊戲中發現這種現象，並提出這種現象或許只是許多人試圖了解金融市場複雜程度的結果。

當然，加拉和法爾馬提出了幾種假設，解釋我們的學習方式和遊戲的設計方式。但即使真實生活不一樣，我們也不應該忽視這些結果。他們表示：「即使最後證明我們是錯的，為了解釋我們為何錯誤，應該也會激發賽局理論科學家更仔細地思考真實賽局的共同特質。」

• • •

賽局理論雖然能協助我們找出最佳策略，但在玩家容易發生失誤或必須在賽局中學習時，則不一定是最佳方法。奇諾克研究團隊知道這一點，所以他們讓程式選擇引誘對手發生失誤的策略。佛格森也知道這個問題，他除了採用賽局理論，還會尋找肢體語言的改變，在玩家緊張或過度自信時調整投注。玩家不是僅須預測完美對手的行為，而是得預測所有對手的行為。

下一章我們將會介紹，研究人員正更深入地研究人工學習和智慧，其中有些人的研究工作已經持續數年。2003年，一位真人玩家對上頂尖撲克牌程式機器人，機器人程式雖然採用賽局理論來做決定，但無法預測對手不斷變化的行為。後來真人玩家告訴機器人程式製作

者：「你的程式非常強⁵⁰，只要再加上對手模型製作功能，就能打遍天下了。」

-
- 1 In summer 2010, poker websites launched: Dance, Gabriel. ‘Poker Bots Invade Online Gambling’. New York Times, March 13, 2011. <http://www.nytimes.com/2011/03/14/science/14poker.html>.
 - 2 Swedish police started investigating poker bots: Wood, Jocelyn. ‘Police Investigating Coordinated Poker Bot Operation in Sweden’. Pokerfuse, February 22, 2013. <http://pokerfuse.com/news/poker-room-news/police-investigating-million-dollar-poker-bot-operation-sweden-21-02/>.
 - 3 It turned out that these bots: Jones, Nick. ‘Over \$500,000 Repaid to Victims of Bot Ring on Svenska Spel’. Pokerfuse, June 20, 2013. <http://pokerfuse.com/news/poker-room-news/over-500000-repaid-to-victims-of-bot-ring-on-svenska-spel/>.
 - 4 Until these sophisticated computer players: Ruddock, Steve. ‘Alleged Poker Bot Ring Busted on Swedish Poker Site’. Poker News Boy, February 24, 2013. <http://pokernewsboy.com/online-poker-news/alleged-poker-bot-ring-busted-on-swedish-poker-site/13633>.
 - 5 this was an industry that had spent over \$300 million: Surgeon General. Preventing Tobacco Use Among Youth and Young Adults: A Report of the Surgeon General, 2012 (Washington, DC: National Center for Chronic Disease Prevention and Health Promotion Office on Sm

oking and Health, 2012), Table 5.3.

- 6 The vote was scheduled: McGrew, Jane. ‘History of Tobacco Regulation’. In *Marihuana: A Signal of Misunderstanding* (report of the National Commission on Marihuana and Drug Abuse, 1972). <http://www.druglibrary.org/schaffer/library/studies/nc/nc2b.htm>.
- 7 Far from hurting tobacco companies’ profits: McAdams, David. *Game-Changer: Game Theory and the Art of Transforming Strategic Situations* (New York: W. W. Norton, 2014), 61.
- 8 Yet tobacco revenues held steady: Hamilton, James. ‘The Demand for Cigarettes: Advertising, the Health Scare, and the Cigarette Advertising Ban’. *Review of Economics and Statistics* 54, no. 4 (1972).
- 9 ‘Mr. Nash is nineteen years old’: 2015年奈許去世後，普林斯頓大學把這封信張貼在網路上，立刻流傳開來。
- 10 Despite his prodigious academic record: Halmos, Paul. ‘The Legend of John von Neumann’. *American Mathematical Monthly* 8 (1973): 382–394.
- 11 ‘Real life consists of bluffing’: Harford, Tim. ‘A Beautiful Theory’. *Forbes*, December 14, 2006. http://www.forbes.com/2006/12/10/business-game-theory-tech-cx_th_games06_1212harford.html. Original quote made in BBC show ‘Ascent of Man’, broadcast in 1973.
- 12 Von Neumann started by looking at poker: Ferguson, Chris, and Thomas S. Ferguson. ‘On the Borel and von Neumann Poker Models’. *Game Theory and Applications* 9 (2003): 17–32.

- 13 in a book titled *Theory of Games and Economic Behavior*: Von Neumann, John, and Oskar Morgenstern. *Theory of Games and Economic Behavior* (Princeton, NJ: Princeton University Press, 1944).
- 14 Despite his fondness for Berlin's nightlife: Dyson, Freeman. 'A Walk Through Johnny von Neumann's Garden'. *Notices of the AMS* 60, no. 2 (2010): 154–161.
- 15 So, it was only natural: Las Vegas: An Unconventional History. 'Benny Binion (1904–1989)'. PBS.org, 2005. http://www.pbs.org/wgbh/amex/lasvegas/peopleevents/p_binion.html.
- 16 Early in the 1982 competition: Monroe, Billy. 'Where Are They Now—Jack Straus'. *Poker Works*, April 11, 2008. <http://pokerworks.com/poker-news/2008/04/11/where-are-they-now-jack-straus.html>.
- 17 the thirty-first World Series reached its finale: 最後結果的細節摘自 <http://www.tjcloutierpoker.net/2000-world-series-of-poker-final-table-chris-ferguson-vs-tj-cloutier/>. TJ Cloutier Poker. '2000 World Series of Poker Final Table—Chris Ferguson vs TJ Cloutier'. October 12, 2010.
- 18 'You didn't think it would be that tough': Paulle, Mike. 'If You Build It They Will Come'. *ConJelCo* 31, no. 25 (May 14–18, 2000). <http://www.conjelco.com/wsop2000/event27.html>.
- 19 no poker player had won more than \$1 million: Wilkinson, Alec. 'What Would Jesus Bet?' *The New Yorker*, March 30, 2009. <http://www.newyorker.com/magazine/2009/03/30/what-would-jesus-bet>.
- 20 consultant for the California State Lottery: Johnson, Linda. 'Chris F

erguson, 2000 World Champion’. CardPlayer Magazine 16, no. 18 (2003).

- 21 Combined with improvements in computing power: 細節摘自Wilkinson, ‘What Would Jesus Bet?’
- 22 Building on von Neumann’s ideas: Ferguson, C., and T. Ferguson. ‘The Endgame in Poker’. In Optimal Play: Mathematical Studies of Games and Gambling, ed. Stewart N. Ethier and William R. Eadington (Reno, NV: Institute for the Study of Gambling and Commercial Gaming, 2007).
- 23 ‘You always want to make your opponents’ decisions’: Ferguson, Chris. ‘Sizing Up Your Opening Bet’. Hendon Mob, October 7, 2007. http://www.thehendonmob.com/poker_tips/sizing_up_your_opening_bet_by_chris_ferguson.
- 24 As well as winning more money: Harford, ‘Beautiful Theory’.
- 25 ‘How do I win the most?’: Wilkinson, ‘What Would Jesus Bet?’
- 26 He once taught himself: Johnson, ‘Chris Ferguson’.
- 27 Starting with nothing: 關於挑戰的細節摘自 Ferguson, Chris. ‘Chris Ferguson’s Bankroll Challenge’. PokerPlayer, March 2009. <http://www.pokerplayer365.com/poker-players/player-interviews-poker-players/read-about-chris-fergusons-bankroll-challenge-andyou-could-turn-0-into-10000/>.
- 28 ‘I remember winning my first \$2’: Ferguson. ‘Chris Ferguson’s Bankroll Challenge’.

- 29 When Ignacio Palacios-Heurta: Palacios-Heurta, Ignacio. ‘Professionals Play Minimax’. *Review of Economic Studies* 70 (2003): 395–415.
- 30 Von Neumann completed his solution: 關於爭辯的細節請參閱Kjeldsen, T. H. ‘John von Neumann’s Conception of the Minimax Theorem: A Journey Through Different Mathematical Contexts’. *Archive for History of Exact Science* 56 (2001).
- 31 While earning his master’s degree in 2003: Follek, Robert. ‘Soar-Bot: A Rule-Based System for Playing Poker’ (MSc diss., School of Computer Science and Information Systems, Pace University, 2003).
- 32 Led by David Hilbert: O’Connor, J. J., and E. F. Robertson. ‘Biography of John von Neumann’. *JOC/EFR*, October 2003. [http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Von_Neumann.html](http://www.history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Von_Neumann.html).
- 33 some inconsistencies in the US Constitution: ‘Kurt Gödel’. *Institute for Advanced Study Online*, 2013. <https://www.ias.edu/people/godel>.
- 34 poker bots grew in popularity: Kushner, David. ‘On the Internet, Nobody Knows You’re a Bot’. *Wired* 13.09 (September 2005). <http://archive.wired.com/wired/archive/13.09/pokerbots.html> ?tw=wn_tophead_7.
- 35 Just as stripped-down versions of poker: 關於策略的細節請參閱 Rubin, Jonathan, and Ian Watson. ‘Computer Poker: A Review’. *Artificial Intelligence* 175 (2011): 958–987.

36 technique known as ‘regret minimisation’: 同上。

37 In 2000, researchers at the University of Iowa reported: Bechara, A., Hanna Damasio, and Antonio R. Damasio. ‘Emotion, Decision Making and the Orbitofrontal Cortex’. *Cerebral Cortex* 10, no. 3 (2000): 295–307. doi:10.1093/cercor/10.3.295.

38 This contrasts with much economic theory: Cohen, Michael D. ‘Learning with Regret’. *Science* 319, no. 5866 (2008): 1052–1053.

39 at the University of Alberta in Canada: Schaeffer, Jonathan. ‘Mario n Tinsley: Human Perfection at Checkers?’ <http://www.wylliedraughts.com/Tinsley.htm>.

40 The name was a pun: Propp, James. ‘Chinook’. *ACJ Extra*, 1999. <http://faculty.uml.edu/jpropp/chinook.html>.

41 That’s 10 followed by twenty zeros: 估算內容請參閱Mackie, Glenn. ‘To See the Universe in a Grain of Taranaki Sand’. *North and South Magazine*, May 1999. <http://astronomy.swin.edu.au/~gmackie/billions.html>.

42 Chinook ‘pruned’ this decision tree: 關於棋局的細節請參閱Schaeffer, Jonathan, Robert Lake, Paul Lu and Martin Bryant. ‘Chinook: The World Man-Machine Checkers Champion’. *AI Magazine* 17, no. 1 (1996). doi:<http://dx.doi.org/10.1609/aimag.v17i1.1208>.

43 he coined the infinite monkey theorem: Borel, E. M. ‘La mécanique statique et l’irréversibilité’. *Journal of Theoretical and Applied Physics*, 1913.

- 44 ‘Checkers is solved’: Schaeffer, Jonathan, Neil Burch, Yngvi Björnsson, Akihiro Kishimoto, Martin Müller, Robert Lake, Paul Lu and Steve Sutphen. ‘Checkers Is Solved’. *Science* 317, no. 5844 (2007): 1518–1522. doi:10.1126/science.1144079.
- 45 John Nash showed in 1949: Demaine, Erik D., and Robert A. Hearn. ‘Playing Games with Algorithms: Algorithmic Combinatorial Game Theory’. *Mathematical Foundations of Computer Science* (2001): 18–32. http://erikdemaine.org/papers/AlgGameTheory_GONC3/paper.pdf.
- 46 Twenty-six moves later: Schaeffer, Jonathan, and Robert Lake. ‘Solving the Game of Checkers’. *Games of No Chance* 29 (1996): 119–133. <http://library.msri.org/books/Book29/files/schaeffer.pdf>.
- 47 ‘might have died in 1990’: Schaeffer et al., ‘Chinook’.
- 48 Doyne Farmer has started to question: Galla, Tobias, and J. Doyne Farmer. ‘Complex Dynamics in Learning Complicated Games’. *PNAS* 110, no. 4 (2013): 1232–1236. doi:10.1073/pnas.1109672110.
- 49 編註：本華·曼德博被稱為「碎形理論」之父，他把對於股市的研究寫成了 *The Misbehavior of Markets: A Fractal View of Financial Turbulence* 一書，此書繁體中文版名為《股價、棉花與尼羅河密碼：藏在金融圖表裡的風險》，由早安財經翻譯出版。
- 50 ‘You have a very strong program’: Billings, D., N. Burch, A. Davidson, R. Holte, J. Schaeffer, T. Schauenberg, and D. Szafró. ‘Approximating Game-Theoretic Optimal Strategies for Full-Scale Poker’. *IJCAI* (2003): 661–668. <http://ijcai.org/Past%20Proceedings/IJCAI-2>

003/PDF/097.pdf.

Chapter 7

機器對手

The Model Opponent

講到競賽節目《危險邊緣》（Jeopardy!），肯·簡寧斯（Ken Jennings）和布萊德·羅特（Brad Rutter）是高手中的高手。當時是2011年，羅特已經贏得該節目史上最多獎金，簡寧斯則擁有連續出場74次不敗的紀錄。他們以優異的能力¹，解析該節目著名的一般常識線索，贏取的獎金總額超過五百萬美元。

這一年的西洋情人節，簡寧斯和羅特回來參加特別節目。他們遭遇以往從未在《危險邊緣》出現過的新對手華生。在總共三集節目中，簡寧斯、羅特和華生回答了關於文學、歷史、音樂和運動的問題。這位新對手很快就開始領先。華生雖然在「年代名稱」這個單元中略居下風，但在披頭四和奧運史方面則表現優異。前冠軍簡寧斯雖然在最後一分鐘力圖振作，但終究沒有成功。節目結束時，華生贏得的獎金超過七萬七千美元，比簡寧斯和羅特兩人總額還多，這是羅特參加該節目以來第一次落敗。

華生沒有慶祝自己獲勝，但它的創造者慶祝了一番。這部機器以IBM創辦人湯瑪斯·華生（Thomas Watson）命名，是歷經七年研究的心血結晶。華生的設計概念起源於2004年一次公司晚餐，這次晚餐中，餐廳籠罩著一片怪異的寂靜。IBM研究經理查爾斯·利克爾（Charles Lickel）發現，大夥一聲不出是因為電視正在播放節目。大家都在看簡寧斯在《危險邊緣》節目中驚人的連勝。利克爾看著電視

螢幕，想到這個節目應該是IBM展現專業能力的大好機會。IBM一向經常參與人類賽局，它打造的深藍（Deep Blue）電腦，曾經於1997年擊敗西洋棋王加里·卡斯帕洛夫（Garry Kasparov），但從來沒有參加過《危險邊緣》這類節目。

要在《危險邊緣》中取勝，選手必須具備豐富的知識、機敏的反應，以及文字遊戲的天分。這個節目其實是逆向猜謎遊戲，與賽者先取得關於答案的線索，然後必須告訴主持人，這個問題是什麼。舉例來說，如果線索是「5280」，答案可能是「一英里等於幾英尺？」。

完成版的華生運用好幾十種技巧來解譯線索，再搜尋正確答案。這部機器可存取維基百科所有內容，同時連結三百萬台電腦的處理器，來處理這些資訊。

在比較平凡的環境中，分析人類語言和處理資料同樣有用。華生獲勝之後，IBM更新了軟體，讓它可搜尋醫學資料庫，同時協助醫院中的決策工作。銀行也打算用它來回覆客戶的疑問，大學則希望用華生來轉交學生的詢問。華生研讀過食譜之後，甚至還可協助主廚尋找新的風味組合。2015年，IBM把相關結果集中編輯成²一本「認知運算烹飪大全」，其中有一則食譜是巧克力、肉桂和毛豆墨西哥捲餅。

雖然華生在《危險邊緣》中成就非凡，但這個節目對會思考的機器而言，還不算終極考驗。另外還有一個挑戰對人工智慧而言大上許多，而且年代早於華生，甚至比深藍還早。1990年代初，深藍的上一代深思（Deep Thought）在西洋棋界的排名節節上升時，年輕研究人員達斯·畢靈斯（Darse Billings）來到亞伯達大學。他進入電腦科學系，當時薛佛的研究團隊剛剛開發成績極佳的奇諾克西洋跳棋程式。以西洋棋當成下一個目標應該還不錯吧？不過畢靈斯有自己的想法。他說：「西洋棋不夠看，那我們來試試撲克牌好了³。」

• • •

每年夏天，全世界最傑出的撲克牌機器人程式會齊聚一堂參加錦標賽。近年來實力最強的競爭對手有三。首先是亞伯達大學隊，目前擁有十多名研究撲克牌程式的人員。其次是美國匹茲堡的卡內基美侖大學，跟肯特研究運動比賽預測技術的地方位於同一條路上，這個團隊和冠軍機器人程式泰坦尼恩（Tartanian）的主要負責人，是電腦科學教授托瑪斯·桑德霍姆（Tuomas Sandholm）。最後是獨立研究者艾瑞克·傑克森（Eric Jackson）⁴，他製作的程式名為Slumbot。

這項錦標賽包含好幾個項目，各隊針對每個項目，分別為機器人程式打造不同的個性。有些項目是淘汰賽，每個回合由兩個機器人程式對戰，結束時籌碼較少的一方就遭到淘汰。要在這個項目中取勝，機器人程式必須具備很強的求生本能，程式一定要贏到足以進入下一回合的籌碼，貪得無厭通常是不夠的。但在某些項目中，優勝者則是贏到最多現金的程式，因此電腦玩家必須盡可能把對手的錢贏過來。機器人程式必須積極進攻，想辦法贏過其他對手。

參賽的機器人程式大多已經發展多年，歷經數千萬甚至上億場練習。但這場比賽並沒有大筆獎金可頒發給優勝者。優勝程式的創造者或許可以藉此大大吹噓一番，但沒有像賭城那麼豐厚的獎金。那麼這些程式的效能為什麼這麼高？

電腦打撲克牌時，其實是在解決一個我們十分熟悉的問題：如何處理缺漏的資訊。在西洋棋等遊戲中，資訊不是問題，雙方玩家都了解所有狀況。他們知道每個棋子位在何處，以及對手下了哪幾步。這種遊戲的運氣成分，不是源自玩家觀察不到事件，而是玩家無法處理

可得的資訊。所以即使西洋棋大師，也有可能輸給隨便亂下的猴子（當然機會很小）。

只要有優異的遊戲演算法（以及強大的運算能力），我們就能解決資訊處理問題。薛佛等人就是這樣找出西洋跳棋的必勝策略，以及電腦解開西洋棋的方法。這種遊戲雖然有規則和限制，但一定會有未知因素。生活中許多面向也有同樣的問題，協商、拍賣、討價還價等等，都是不完全資訊賽局。薛佛說：「撲克牌是現實世界中，許多真實狀況的完美縮影⁵。」

• • •

第二次世界大戰期間，史丹尼斯羅·烏蘭、梅特羅波里斯、馮紐曼等人在洛沙拉摩斯國家實驗室工作時，經常打撲克牌打到深夜。他們的牌局不算特別激烈，賭注很小，對話也很平和。烏蘭說這是「暫時逃離洛沙拉摩斯本質上嚴肅沉重的工作，讓人盡情耍廢、重振精神的時光⁶」。在某一局牌中，梅特羅波里斯贏了馮紐曼十美元，他很高興自己贏了一個寫過賽局理論專書的人，於是用一半的錢買了馮紐曼的《賽局理論與經濟行為》，把剩下的五美元塞進封面裡，紀念這次勝利。

其實馮紐曼的賽局理論書籍還沒出版時，他的撲克牌研究就已經眾所周知。1937年，馮紐曼在普林斯頓大學的演講中介紹他的研究。聽眾中應該有一位年輕英國數學家，名叫艾倫·圖靈（Alan Turing）⁷。圖靈當時是從劍橋大學來美國研究數理邏輯的研究生。他雖然很失望戈德爾已經不在普林斯頓大學，不過還是待得很高興，只是對美國人的某些習慣覺得有點困惑。他寫信給母親時提到：「我跟他們說謝

謝時，他們會回答：『你真客氣。』剛開始我很高興⁸，以為我自己真的很客氣，但現在我發現這只是隨口說說，所以我現在變得比較謹慎了。」

在普林斯頓待了一年之後，圖靈回到英國。他大多待在劍橋，但也在附近布萊切利園（Bletchley Park）的英國政府密碼及加密學校兼職工作。1939年第二次世界大戰爆發，圖靈在英國前線負責破解敵方密碼。在這段期間，德軍使用恩尼格瑪（Enigma）密碼機將無線電訊息加密，這個類似打字機的機器內部有一連串轉輪，把鍵盤敲擊動作轉換成加密文字。複雜難解的加密，是布萊切利園密碼破解人員的主要挑戰。圖靈和同僚即使握有關於訊息的線索（例如可能出現在文字中的某些「黑話」），還有幾千幾萬種可能的轉輪設定有待尋找。為了解決這個問題，圖靈設計出類似電腦的炸彈（Bombe）解碼機，來負責這項繁重的工作。密碼破解人員發現一個黑話時，炸彈解碼機就可據以判定恩尼格瑪產生密碼的設定值，並破解出訊息的其他部分。

破解恩尼格瑪密碼應該是圖靈最為人所知的成就，但他和馮紐曼一樣對賽局很有興趣。馮紐曼的撲克牌研究當然吸引了圖靈。圖靈於1954年去世時，留給朋友羅賓·岡地（Robin Gandy）許多論文，其中包含尚未完成的《撲克牌賽局》手稿⁹，他在這篇論文中，試圖進一步擴充馮紐曼對撲克牌賽局的簡單分析。

圖靈不只研究數學的賽局理論，也想知道如何藉助賽局研究人工智慧¹⁰。根據圖靈表示，問「機器能不能思考？」是沒有意義的。他說這個問題太模糊，答案的範圍也太難以掌握。我們應該問，機器的運作方式是否能和（會思考的）人類毫無二致。電腦是否能让 人相信它是人類？

要知道人造人是否能让 人類相信它是真人，圖靈提議可以用賽局

來測試。這種賽局必須是公平競賽，是讓人類和機器都可能取勝的活動。圖靈說：「我們不會怪罪機器沒有在選美比賽中勝出，也不會怪罪人類跟飛機比快時落敗。」

圖靈提出了以下方案：請一位真人評審跟兩名隱身受訪者談話，受訪者一個是人、另一個是機器。評審會試著猜測何者是人類、何者是機器。圖靈把這個賽局稱為「模仿遊戲」。為了避免參與者的聲音或筆跡影響賽局，圖靈建議所有訊息都以打字方式呈現。人類會盡量提供誠實的答案來協助評審，機器則會試圖欺騙評審。這類賽局必須具備數種不同的技能。參與者必須處理訊息及提出適當的回應。他們必須了解評審，還要記住自己說過什麼。此外，評審或許會要受訪者進行計算、回憶事實或解答謎題等。

乍看之下，華生似乎很適合參與這個賽局。在參加《危機邊緣》節目時，華生同樣必須解讀線索、獲取知識和解決問題，但其中有個關鍵差異。在《危機邊緣》節目中，華生不需要假扮人類也能取勝。它只需要表現得像超級電腦，發揮快速的反應、運用龐大的資料庫來擊敗對手。它不會顯露緊張或沮喪，也不需要這麼做。華生不需要讓別人相信它是人類，只要盡力取勝就好。

深藍的狀況也是如此。當它跟卡斯帕洛夫對奕時¹¹，只要用電腦的方式下棋就好。它運用大量電腦運算能力預測未來，審視可能的棋步，以及評估可用的策略。卡斯帕洛夫指出，這種「蠻力」方式具備的智慧特質不多。後來他說：「它不是擁有人類的創意和直覺，能以人類的方式思考和下棋的電腦，而是表現完全像機器的電腦。」卡斯帕洛夫也認為撲克牌或許不一樣。撲克牌融合了機率、心理學和風險，應該比較不容易靠蠻力法取勝。撲克牌會不會跟西洋棋和西洋跳棋完全不同，我們永遠只能學習，不可能破解？

圖靈認為，學習是人工智慧的關鍵要素。要在模仿遊戲中取勝，機器必須非常先進，可被我們視為成人。但只關注精良的最後結果並不合理。要創造能實際運作的思想，必須先了解思想從何而來。圖靈說：「與其製作模擬成人思想的程式，我們何不製作模擬兒童思想的程式？」他比較了塗寫筆記本的過程，發現比起用手寫所有內容，從空白筆記本開始，讓電腦自己決定該如何塗寫會比較容易。

• • •

2011年，在拉斯維加斯賭場的吃角子老虎及輪盤之間，出現了一種新賭局：人工智慧版的德州撲克。這種賭局的籌碼變成二次元，紙牌則發在電腦螢幕，玩家跟單一電腦對手以通常稱為兩人對決（heads-up poker）的方式對賭。

馮紐曼研究簡單的雙人賽局之後，兩人對決撲克就成為研究人員最愛的目標，主要原因是，只有兩個玩家的賽局，要比一個玩家對數個對手容易分析得多。只有兩個玩家時，賽局的規模（通常以一個參加者可能造成的行動結果總數而定）會小上許多，這樣會比較容易開發成效良好的機器人程式。事實上，在有下注上限的「有限」版兩人對決撲克中，賭場的機器實力比大多數真人還好。

2013年，記者麥可·卡普蘭（Michael Kaplan）¹²在《紐約時報》發表文章，追溯這類機器的起源。撲克牌機器人程式有許多部分，源自挪威電腦科學家弗瑞德里克·達爾（Fredrik Dahl）創作的軟體。達爾在奧斯陸大學攻讀電腦科學時，對西洋雙陸棋（backgammon）開始感到興趣，為了磨練棋藝，他製作了一個搜尋勝利策略的電腦程式，這個程式成效極佳，後來他還公開發行，每套可賣250美元。

達爾製作棋藝高超的西洋雙陸棋機器人程式之後，把眼光轉向目標更遠大的計畫，製作電腦撲克玩家。撲克牌是不完全資訊賽局，電腦要搜尋勝利策略困難得多，為了取勝，電腦必須學習如何處理不確定性。電腦必須觀察對手¹³，評估大量選擇。換句話說，電腦需要大腦。

• • •

在類似撲克牌的賽局中，一次行動可能需要數個決策步驟才能決定，因此人造大腦可能需要多個互相連結的神經元，一個神經元負責評估螢幕上的牌，另一個神經元負責考慮桌上的總金額，第三個神經元則觀察對方的下注金額。這些神經元不一定會直接做出最後決定，結果或許會傳送第二個層級的神經元，這些神經元負責以更詳盡的方式，整合第一階段的決策。這些內部神經元位於輸入和輸出類神經網路的兩批可見資訊之間，因此稱為隱藏層（hidden layer）。

類神經網路不算是新點子¹⁴。人造神經元的基本理論早在1940年代就已提出，然而直到資料更容易取得，以及運算能力提高之後，類神經網路才得以充分發揮效能。除了讓機器人程式學習玩遊戲，還可協助電腦以極高的正確性辨識圖形。

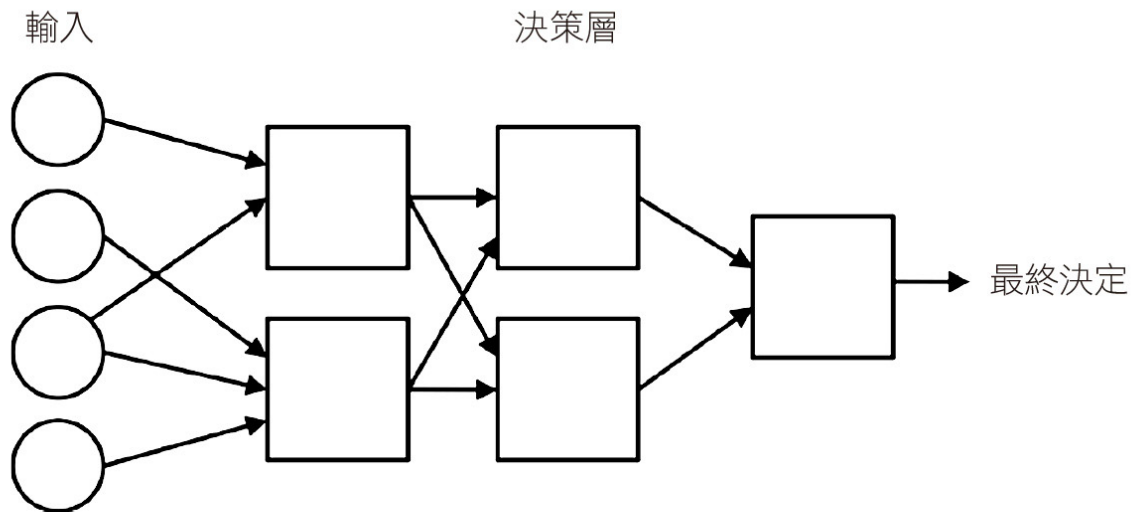


圖 7.1 簡單類神經網路示意圖

2013年秋天，Facebook宣布成立人工智慧團隊¹⁵，專事發展智慧型演算法。當時，Facebook用戶每天上傳三億五千多萬張照片¹⁶，該公司先前採用許多技術來處理如此大量的資料。其中有一項技術是臉孔辨識：該公司希望讓使用者選擇是否要自動偵測及辨認照片中的臉孔。2014年，Facebook人工智慧小組宣布該公司臉孔辨識軟體的重大改良，這項技術稱為「深臉」（DeepFace）。

深臉的人造大腦由九個層級的神經元組成。最初幾層負責基礎作業，辨識臉孔位於照片中哪個位置。其後幾層負責找出提供身份線索的特徵，例如眼睛和眉毛之間的區域等。最後的一些神經元，則負責結合眼睛形狀和嘴巴位置等測定數據，運用這些數據標出臉孔。Facebook團隊使用四千多人的多張照片，讓類神經網路學習，這是歷來規模最大的臉部資料庫，每個臉孔平均有一千張以上的照片。

練習結束後，就要開始測試程式了。為了解深臉看見新臉孔時表現如何，團隊要深臉辨識由「公開的已標註臉孔」取出的照片，這個

資料庫中包含數千張日常狀態下的人類臉孔。這類照片適合用來測試臉孔辨識能力，光線不是千篇一律、相機焦點張張不同，臉孔也不一定是同一個姿勢。即使如此，人類似乎都能輕易看出某兩張臉孔是否相同：在一次線上實驗中，參與者比對臉孔的正確率高達99%。

不過深臉沒有落後很多。它已經練習許久，人造神經元也重複連結多次，辨識兩張照片是不是同一個人的正確率也有97%以上。即使分析從YouTube影片擷取下來的照片（通常較小也較模糊），正確率依然超過90%。

達爾的撲克牌程式也花了很長的時間來建立經驗。為了訓練軟體，達爾安裝許多機器人程式，讓它們不斷互相對戰。電腦程式打了幾十億局牌，不斷下注和虛張聲勢，人造大腦在打牌時不斷成長。機器人程式不斷進步時，達爾發現它們開始出現一些令人驚奇的行為。

• • •

圖靈在1952年的重要論文〈運算機器與智能〉（Computing Machinery and Intelligence）中指出，許多人質疑人工智慧是否可能實現。十九世紀數學家愛達·勒弗雷斯（Ada Lovelace）就曾提出批評，認為機器只能依照指令運作，不可能做出有原創性的東西。這表示機器不可能讓我們感到驚奇。

圖靈不贊同勒弗雷斯的說法，並指出：「機器經常讓我感到驚奇。」他通常把這些驚奇歸因於疏忽。可能是他計算得太急，或是寫程式時設定的假設不正確。從早期電腦到高頻率金融演算法，這種問題都相當常見。如同我們所知，不正確的演算經常造成意料之外的不良後果。

然而，錯誤有時反而能讓電腦取得優勢。深藍和卡斯帕洛夫剛開始對奕西洋棋時，電腦下了一步十分難解、十分微妙、十分.....聰明（吧）的棋，連卡斯帕洛夫都被難倒了。深藍當時沒有吃掉一隻落單的兵卒¹⁷，卻把城堡放到防守位置。卡斯帕洛夫搞不懂它為什麼這麼做。無論如何，這一步影響了後來的發展，這位俄國棋王認為，電腦對手的棋力遠超過他遭遇過的其他對手。

事實上，深藍完全沒有理由下這一步。電腦碰到不符合任何規則的狀況時（如同戈德爾不完全定理所預測），就會隨便行動。深藍這次影響棋局的策略表現¹⁸不是巧妙的算計，單純只是運氣好。

圖靈承認這類驚奇仍然源自人類的行為，所以結果是出自人類自己訂定（或沒有訂定）的規則。不過達爾的撲克牌機器人程式則因為人類的疏忽，而未曾做出令人驚奇的行動。在練習牌局中，達爾發現有一個機器人程式使用纏打（floating）策略。三張翻牌出現之後，採取纏打策略的玩家會跟對手的注但不加注。採取纏打策略的玩家會虛耗時間，撐到這一圈結束但不影響賭注。等第四張牌出現時，這個玩家開始動手大筆加注，企圖讓對手因為害怕而蓋牌。達爾以前沒看過這種策略，但撲克牌高手大多很熟悉這種策略。這種策略必須具備許多技能才能執行得成功。玩家不只需要判斷螢幕上的牌，還必須正確地解讀對手。有些對手比較容易被嚇倒¹⁹，而採取纏打策略玩家最怕的，就是大筆加注之後不得不攤牌。

乍看之下，這類技巧應該是人類的專利。機器人程式要怎麼學會這種策略？答案是它一定會學到，因為有時一局牌受死板邏輯的影響往往超乎我們的想像。馮紐曼對虛張聲勢也有相同的看法。這種策略不僅僅是人類心理遊戲，而是實行最佳撲克牌策略時的必要手法。

卡普蘭在《紐約時報》上的文章中提到，許多人會把達爾的機器

當成人類看待。他們會給機器取暱稱、稱呼機器為「他」、甚至承認自己曾經把這個金屬盒子當成真人跟它講話，好像真的有人坐在螢幕裡面一樣。談到德州撲克時，機器人程式似乎真的讓人忘了自己面對的是電腦程式。如果圖靈的測驗內容不是一連串問題，而是撲克牌遊戲，達爾的機器一定會通過測驗。

人類經常把撲克牌機器人程式當成獨立人物，而不視為程式設計者的財產，似乎不足為奇，畢竟優秀的電腦撲克牌手通常都比它的創造者強上許多。由於學習工作有電腦負責，所以機器人程式一開始不需要處理許多資訊，因此它的創造者可以稍微忽視遊戲策略，最後仍然能創造出實力強大的程式。薛佛曾經這麼說：「我們能以極少的知識，做出令人驚奇的成果。」事實上，亞伯達大學團隊雖然創造出世界上最強的撲克牌機器人程式，但本身對撲克牌的天份其實相當有限。麥可·強森說：「我們團隊裡的人大多根本不玩撲克牌²⁰。」

達爾雖然創造出能經由學習，在有限賭注撲克牌中擊敗大多數玩家的機器人程式，但其中有個問題。賭場規則規定，博奕機器必須平等對待所有玩家，不能對實力特別好的人或新手分別採取不同的打牌風格。在這些規定下，達爾的機器人程式必須犧牲一些實力才能打進賭場。從機器人程式的觀點看來，必須採行固定策略往往更難打牌。電腦的大腦不像小孩一樣有彈性，而像成人一樣死板，學不會如何利用弱點。這樣使電腦少了一大優勢，因為人類有許多缺陷可以利用。

• • •

2010年，《紐約時報》網站出現線上版的剪刀石頭布²¹，讀者們如果想試試看，現在應該還在。大多數人覺得這個電腦很難擊敗，如

果玩很多局，電腦最後通常會獲勝。賽局理論指出，如果採用剪刀石頭布的最佳策略，並在三個選項間隨機選擇，最後的結果應該會差不多。不過，人類似乎不怎麼擅長在剪刀石頭布遊戲中採行最佳策略。2014年，中國浙江大學的王志堅等人發表論文指出²²，人在玩剪刀石頭布時，通常會遵循特定形態。研究人員找來360名學生，分成數組，要各組彼此間玩300局剪刀石頭布。在遊戲進行中，研究人員發現許多學生採取「贏就繼續，輸就改變」的策略。前一局贏了的玩家，通常會繼續出相同的手勢，而前一局輸掉的玩家，則會換成剛剛對方贏了自己的手勢，例如從石頭換成布或從剪刀換成石頭。許多局之後，玩家選擇三種選項的次數通常會相當，但顯然不是隨機選擇。

諷刺的是，連真的隨機順序中，也可能包含看似非隨機的形態。各位還記得蒙地卡羅那些假造輪盤數字的偷懶記者嗎？要創造出看起來隨機的結果，其實有許多障礙需要克服。首先，他們必須確定黑色和紅色在結果中出現的頻率差不多。這些記者其實已經做到這一點，也就是這些資料已經通過皮爾森的「是否隨機？」測試。但如果觀察色彩的變化，這些記者就會穿幫，因為紅色和黑色變化的次數，遠高於真正的隨機順序。

即使知道隨機順序應該是什麼模樣，而且想辦法讓色彩（或剪刀、石頭和布）之間的變化正確，我們製造隨機形態的能力，依然會受記憶影響。如果必須看過一連串數字清單再立刻覆誦出來，你能記住幾個？5、6個？10個還是12個？

1950年代，認知心理學家喬治·米勒（George Miller）曾指出²³，年輕成人大多每次可記住並覆誦7組左右的數字。要記住一組市內電話號碼或許不難，但要記住兩組就有點困難了。如果要在遊戲中產生隨機行動，這往往會造成問題。如果我們只記得住最後幾步，又該怎麼

確定使用所有選項的頻率都相同？1972年，荷蘭心理學家威廉·瓦格納（Willem Wagenaar）發現²⁴，人類的大腦通常專注於一個不斷移動的「窗口」，範圍大約是6至7次過往反應。在這個區間內，我們可在各個選項間「隨機」來回變換，但區間如果加大，我們就沒那麼容易變換了。這個窗口的範圍，也就是大約6至7次事件，很可能是米勒先前的觀察結果。

米勒發表研究結果後幾年，研究人員進一步探討人類的記憶容量。米勒開玩笑定義的「魔術數字7²⁵」其實並不神奇。米勒自己曾說，當我們只需要記住0和1組成的二進位數字時，可覆誦的數字大約是8位數。事實上，人類記得住的資料「塊」的量，取決於資訊的複雜程度。人類或許能記住7個數字，但證據顯示，我們只能記住6個字母或5個單音節單字。

在某些例子中，人類可透過學習提升能記住的資訊量。在記憶比賽中，最強的選手能在一小時內²⁶，記住超過1000張以上的撲克牌。選手的方法是改變這些資料塊的形式。他們不以純數字方式來思考，而是記憶一張張連續影像。紙牌變成名人或物體，順序變成紙牌角色搬演的一連串事件，如此可讓選手的大腦更有效率地存放和取用資訊。前一章曾經討論過，記牌對廿一點也有幫助²⁷，算牌者可把資訊「分桶」，以減少必須儲存的資料量。研究人工智慧和人類智慧的人員對這類儲存問題很有興趣，梅特羅波里斯說過，烏蘭「經常思考記憶的本質²⁸以及大腦如何記憶」。

就剪刀石頭布而言，電腦比人類更擅長下出無法預測的棋步，而這類棋步則是最佳賽局理論策略所不可或缺的。當然，這類策略本身屬於防禦性質，因為它的目標是盡量減少遭遇必勝對手時的損失。然而，《紐約時報》網站上的剪刀石頭布機器人程式面對的不是必勝對

手，而是容易失誤、有記憶問題，而且無法產生隨機數字的人類。因此機器人會放下隨機策略，開始尋找弱點。

電腦跟人類相比之下有兩項優勢。第一，電腦能完整地記住人類先前幾局做過的事。舉例來說，它能記住對方下的每一步，以及對方偏好的圖形等。

電腦不只運用與目前對手有關的資訊，還會運用它與人類玩過20萬局剪刀石頭布所獲得的知識。這個資料庫的建立者是法律教授蕭恩·拜仁（Shawn Bayern）²⁹，他原本是電腦科學家，在網站上舉辦大規模的線上剪刀石頭布比賽。這項比賽現在仍在進行中，目前的局數已經超過50萬局（其中大多由電腦獲勝）。這些資料讓機器人程式得以比較目前的對手和以往遭遇過的對手。電腦得知一定順序的行動後，就能預測人類下一步可能會怎麼做。電腦不是只對隨機有興趣，而是想充分了解對手。

在撲克牌這類參與者超過兩人的賽局中，這種方法格外重要。各位還記得在賽局理論中，策略應該處於奈許均衡狀態，也就是所有參與者都不會因為選擇其他策略，而有任何收穫。亞伯達大學撲克牌團隊研究成員尼爾·貝奇（Neil Burch）指出，如果只有一個對手，尋找這類策略確實有其道理。如果是零和賽局（也就是我們的損失全部歸於對手，反之亦然），則奈許均衡策略可以降低損失。此外，如果你的對手放棄均衡策略，就會失去優勢。貝奇說：「在兩人參與的零和賽局中，我們確實有理由說尋求奈許均衡是正確的策略。」然而在更多人參與賽局時，這麼做就不一定是最好的選擇。貝奇指出：「在三人賽局中，這種策略就可能失效。」

奈許的定理指出，如果參與者單方面改變策略將會失去優勢，但兩位參與者交換策略時，不會發生這種狀況。舉例來說，兩位參與者

可能會聯手對付第三位參與者。馮紐曼和摩根斯坦撰寫賽局理論書籍時就曾經指出，賽局參與者必須有三人以上，這類聯合策略才能發揮作用。他們表示：「聯手至少要有兩個人³⁰，這樣就沒有人要對抗了。」圖靈也承認撲克牌局中可能出現聯手行為。他說：「實際牌局中，只能依靠禮節和公平比賽的共識來防止這類狀況。」

在撲克牌局中聯手的主要方式有兩種。最公開的串通方式是兩人以上互相亮牌。其中一人拿到好牌時，其他人會逐步拱高賭注，榨出對手更多的錢。當然，這種手段在線上撲克牌會容易施展得多。亞伯達大學的派瑞莎·馬茲路埃（Parisa Mazrooei）等人指出³¹，這類串通手法應該視為作弊，因為規則已經規定不可讓別人知道自己的牌，所以這類玩家使用的策略已經犯規。

另一種方法是要串通的玩家不亮牌，但拿到好牌時會打暗號告知其他同黨。理論上說來，這種方式不違反規則（但違反公平競爭原則）。串通的玩家通常會採取特定下注形態，來提高贏錢機率。舉例來說，如果某個玩家下了大賭注，其他人就會跟注，迫使對手出局。人類必須刻意記住這些暗號，但這些對機器人而言容易得多，因為程式可隨時察看其他同黨採用的預設規則。

關於惡質玩家在線上撲克牌局中，同時採取兩種方法的報導³²很多，但要偵知串通行為往往很不容易。如果某個玩家對另一個玩家跟注，同時逐漸抬高賭注，則這個玩家可能是在操縱牌局幫助隊友。但他也可能是個新手，想靠虛張聲勢取勝。達爾曾經指出：「在任何形式的撲克牌中³³，都有許多種策略組合可幫助使用的玩家。如果玩家是刻意運用這類策略，我們可以說他們串通作弊，但如果只是巧合就不能這麼說了。」

這就是在撲克牌局中運用賽局理論的問題：串通不一定是刻意為

之，也可能只是玩家選擇策略造成的結果。在許多狀況下，奈許均衡可能不只一個。就以開車當作例子，開車時有兩種均衡策略：如果大家都靠左開，但你偏要靠另一邊開，就可能會失去優勢。如果靠右開是共識，那麼靠左開就不是最佳選擇。

依據駕駛座所在位置，兩種均衡會有一種比較有利、另一種比較不利。舉例來說，如果你的車是左駕車，則它在其他人開車都靠右時會比較好用。顯而易見地，駕駛座位於「錯邊」的不便，並不足以讓我們改開路的另一邊，但這種狀況仍然有點類似牌局中其他人聯手對付你（如果你覺得打起牌來特別不順的話）。這時候開到路的另一邊當然就輸了，所以我們只能接受這種狀況。

撲克牌也有相同的問題。這種狀況除了造成不便，還可能使玩家輸錢。三個撲克牌玩家可能採取奈許均衡策略，當這些策略放到一起時，可能剛好有兩個玩家選擇的手法是跟第三位玩家作對。因為這個緣故，從賽局理論的觀點探討三人撲克牌特別困難，這類牌局不僅變得複雜得多，需要分析的可能行動更多，而且尋求奈許均衡不一定是最佳策略。強森說：「即使算得出奈許均衡，也不一定有用。」

此外還有其他缺點。賽局理論可以告訴我們，如何降低碰上必勝對手時的損失。但如果我們碰到的對手有缺點（或是賽局的參與者超過兩人），我們可能就要放棄「最佳」奈許均衡策略，轉而利用對手的弱點。這麼做的方法之一是先採用均衡策略，再慢慢探知對手，逐步調整手法³⁴。不過這樣的方法可能會有風險。美國卡內基美倫大學的桑德霍姆指出，參與者必須在利用和可利用程度之間尋求平衡。理想上，我們希望盡可能利用對手的弱點獲利，但自己不想被利用及輸給較強的玩家。防禦性策略通常很不容易利用，例如奈許均衡和達爾的撲克牌機器人程式採用的手法等。較強的玩家會很難打敗這些策

略。然而，這麼做的代價就是無法充分利用較弱的對手獲利，不良的玩家則不用付出任何代價。因此，最合理的做法是依據對手改變策略，就像俗話說的：「贏人不是贏牌。」

然而糟糕的是，我們試探如何利用對手時，反而會使自己容易被利用。桑德霍姆把這種狀況稱為「坑人者人恆坑之問題」。舉例來說，假如對手一開始表現得相當積極，我們察覺之後，可能會調整策略，試圖利用這種態度。但對手可能會在這時突然轉趨保守，反過來利用我們誤以為他仍採積極態度這一點。

研究人員可以評估機器人程式的可利用性，判斷這類問題造成的影響。如果機器人程式完全錯判對手的狀況，可能造成的最大損失就是這樣。桑德霍姆和博士研究生山姆·岡茲弗瑞德（Sam Ganzfried）兩人，一起開發出融合防守性奈許均衡策略和對手建模技術的「混血」機器人程式³⁵。他們說：「我們希望碰到較弱的對手時，才採取利用策略，碰到較強的對手時則以達成均衡為目標。」

• • •

撲克牌程式的實力顯然會越來越強。在年度電腦撲克大賽中，參賽的機器人程式一年比一年更聰明，賭城中也有許多實力優於大多數賭客的撲克電腦。但電腦真的曾經贏過人腦嗎？最強的機器人程式真的無人能敵嗎？

根據桑德霍姆表示，現在還很難斷言電腦是否已經超越人腦，原因有好幾個。首先，我們必須先確定實力最強的人類是誰。可惜的是，牌手很難有確定的排名，撲克牌界沒有像卡斯帕洛夫或汀斯利那樣公認的王者。桑德霍姆說：「我們根本不知道實力最強的人類是

誰。」再者，電腦跟人類對抗的牌局也很難安排。桑德霍姆指出，電腦競賽雖然每年都會舉行，但混合賽則少見得多。「邀請職業好手來參加這類人機比賽非常困難。」

人類跟電腦偶爾才會碰上一次。2007年，職業牌手菲爾·拉克（Phil Laak）和阿里·艾斯拉米（Ali Eslami）³⁶在雙人撲克比賽中，碰上亞伯達大學團隊製作的北極星（Polaris）機器人程式。北極星牌技高超，很難打敗。它不試圖利用對手，而是採用類似奈許均衡的策略。

當時有些撲克社群認為，選擇拉克和艾斯拉米跟電腦比賽很奇怪。拉克最有名的就是在牌桌上過動，經常跳來跳去、在地板上打滾、做伏地挺身等等。相反地，艾斯拉米則鮮為人知，很少在電視轉播賽事中露臉。但是他們不只是優秀的牌手，也能在牌局中說出自己在想些什麼，而且能在人機對戰的不尋常氛圍中泰然自若。

比賽地點是在溫哥華舉行的人工智慧研討會上，比賽方式則是有限賭注德州撲克，跟達爾後來在賭城玩牌的方式相同。拉克和艾斯拉米雖然分別跟北極星對打，但他們的分數會在時段結束後合併計算。這是人類與機器的對決，拉克和艾斯拉米組成一隊，跟電腦對抗。為了盡量降低運氣的影響，發牌採用映射方式，也就是某一局北極星拿到的牌，就是人類在另一局拿到的牌（反之亦然）。此外，主辦單位也規定了明確的獲勝標準：一方持有的籌碼，只要比對方多250美元以上，就算獲勝。

第一天的比賽包含兩個時段，每個時段是500局。第一個時段的結果是平手（北極星小勝70美元，但不算獲勝）。第二個時段中，拉克運氣不錯，對上北極星時拿到很好的牌，這表示電腦對上艾斯拉米拿到的牌很好，北極星藉助這個優勢贏到的錢比拉克多。當天結束時，

機器人程式手上的錢明顯多於真人隊。

當天晚上，拉克和艾斯拉米碰面討論白天打過的一千個牌局。亞伯達研究團隊給他們一份當天牌局的紀錄，包括發出的每一副牌，如此可協助他們分析自己打過的牌局。第二天繼續比賽時，真人組已經有概念得多，所以贏了最後兩個時段。即使獲勝，他們仍然相當謙虛。艾斯拉米當時說：「我們沒有贏，只是沒有輸。我打出這輩子最漂亮的兩人對決，而且我們只是險勝。」

第二年，第二屆人機大賽舉行³⁷，真人隊換成全新組合。這次由七名牌手在拉斯維加斯跟亞伯達大學的機器人程式對決。真人組可說是一時之選，其中有幾人生涯總獎金超過一百萬美元。不過他們眼前的對手不是去年落敗的吳下阿蒙，而是北極星2.0，比前一版更先進、牌技更強。北極星跟拉克和艾斯拉米對決之後，自我練習超過80億局，現在它更擅於探索各種可能行動組合，可讓對手乘虛而入的弱點也更少。

北極星2.0也更強調學習。在對決中，它會建立對手的模型，判讀對手採用何種策略，並針對弱點修改策略。牌手沒辦法向拉克和艾斯拉米一樣，在牌局間討論策略，以便擊敗北極星，因為北極星跟每個人對決時，採用的策略都不一樣。此外，人類也無法調整自己的打牌方式來奪回優勢。北極星如果發現對手改變策略，自己也會改採新策略。亞伯達大學隊的隊長麥可·鮑林（Michael Bowling）表示，許多牌手敗在北極星的新技巧下，他們從沒碰過像這樣能隨時改變策略的對手。

跟前次比賽相同，牌手兩人一組，以有限賭注德州撲克跟電腦對決。比賽共有四場，分成四天舉行。前兩場北極星打得不好，一次平手、一次敗給人類。但這次人類先盛後衰，北極星贏了後面兩場，最

後贏了這次比賽。

北極星2.0雖然不採最佳策略來利用對手，但亞伯達大學團隊的下一個挑戰，是如何讓機器人程式真正所向無敵。原本的機器人程式只能計算出約略的奈許均衡，也就是有可能輸給其他策略。因此鮑林等人著手尋找無懈可擊、不管遭遇任何對手，就長期而言都不會輸錢的策略。

亞伯達大學研究人員運用前一章介紹過的「遺憾最小化方法」³⁸，改良機器人程式，再讓程式以每秒約2000局的速度反覆對戰。最後，機器人程式學會了避免遭到利用，就算碰到必勝對手也抵擋得住。2015年，亞伯達大學團隊在《科學》期刊上，發表了所向無敵的撲克牌程式仙王座（Cepheus）。為了向該團隊的西洋跳棋研究致敬³⁹，這篇論文的題目是〈有限賭注兩人德州撲克已然破解〉（Heads-Up Limit Hold'em Poker Is Solved）。

論文中某些發現和傳統說法吻合。該團隊證明，在兩人對決撲克中，莊家（先出牌者）擁有優勢。此外他們還發現仙王座很少「軟下來」，第一輪通常會加注或蓋牌，很少跟對手的注。根據強森表示，機器人程式採取最佳策略時，也會開始採用一些出人意表的手法。

「我們有時會發現，程式的選擇跟一般傳統說法有點差別。」舉例來說，最後版本的仙王座會在人類大多選擇蓋牌時（例如一張4和一張6加上其他同花色牌），選擇繼續玩下去。2013年該團隊還發現，他們的機器人程式偶爾會只下最低限度的賭注，而不下更大的賭注。機器人程式曾經接受過大量訓練，所以這一定是最佳選擇。但貝奇指出人類的想法不一樣。電腦認為這是最佳策略，大多數人則會覺得這樣很讓人不快。貝奇說：「這樣下注有點讓人討厭。改良過的仙王座一開始也不會下很大的賭注。即使拿到非常好的牌（例如兩張A），電腦

下最高限度賭注的機率，也只有0.01%。

仙王座證明，即使處於複雜狀況下，它依然能找出最佳策略。研究人員表示，這類演算法適用於多種狀況，從設計海防巡邏艇到醫學治療方法等。但這不是進行這項研究的唯一理由。該團隊在《科學》期刊上，以圖靈的一段話當成論文的結尾：「我們不應該欺騙自己，我們做這件事純粹是出於它很有趣。」

儘管有這項重大成就，依然有人不認為這是電腦對人類的終極勝利。約翰森表示，許多牌手認為有限賭注撲克比較簡單，因為它在加注時有固定上限，界線明確，可能性也有限。

無限賭注撲克被視為更大的挑戰。玩家想加注到多大都可以，這樣一來選擇更多，細微差異也更多，所以這種玩法一向有像藝術而不像科學的說法。因為這個緣故，約翰森很希望看到電腦獲勝，他說：

「這樣可以破除撲克的重點是心理戰的說法⁴⁰，電腦就沒辦法這麼做。」

桑德霍姆表示，再過不久，電腦就可在無限賭注兩人撲克中獲勝。他說：「我們正在非常積極地研究，我們或許已經開發出比最強的職業牌手更強的機器人程式了。」的確，在2014年電腦撲克大賽中，卡內基美侖大學的泰坦尼恩表現非常優異。這次大賽中有兩項無限賭注撲克，泰坦尼恩都獲得冠軍。除了在淘汰賽中獲勝，泰坦尼恩在總金額競賽中同樣表現亮眼，它在必要時可立於不敗之地，碰到較弱的對手時則能贏到許多籌碼。

機器人程式實力越來越強、打敗的人類越來越多，撲克牌玩家未來或許可向電腦學習撲克牌。如今西洋棋高手已經開始在練習時，使用電腦磨練棋藝。如果想知道該怎麼對付某個特別困難的狀況，電腦可以顯示出最佳方案；西洋棋電腦程式可計算出的未來步數，比人類

所能想到的多出許多。

電腦程式解決西洋棋、西洋跳棋和撲克牌之後，我們似乎可說人類在這類賽局中已經失去競爭力。電腦能分析更多資料、記住更多策略，以及考慮更多可能性。機器人程式能花更長的時間學習和打牌，能學會虛張聲勢等很「人類」的手法，甚至我們目前還沒發現的「超人類」策略。有什麼事情是電腦不擅長的嗎？

• • •

圖靈曾經指出，如果人類要假裝自己是電腦，「表現顯然會非常差」。如果要人類執行計算，人類的速度會比電腦慢上許多，當然也更容易出錯。即使如此，機器人程式還是有些狀況難以解決。在《危機邊緣》節目中，華生覺得簡短的線索最為困難⁴¹。如果主持人只念出一個類別和一個名字（例如「第一夫人」和「雷根」），華生就得花很多時間搜尋資料庫，找出正確答案（「南西·雷根是誰？」）。華生能在解決冗長複雜線索的比賽中勝過人類，但如果題目只有短短幾個單字，人類就比較容易取勝。在益智節目中，簡短似乎是電腦的大敵。

撲克牌也是如此。機器人程式需要時間研究對手，探知對手的下注風格以便利用。相反地，職業牌手評估其他牌手的速度就快得多了。薛佛說：「人類很擅長依據極少的資料，提出關於對手的假設。」

2012年，倫敦大學研究人員提出，有些人可能特別擅長了解他人⁴²。研究人員設計出稱為「欺騙互動任務」的遊戲，用來測試參與者說謊和看破謊言的能力。這個任務把參與者分成數組，每個人發一張

卡片，上面寫著一個看法（例如「我喜歡實境節目」）和說謊或說實話的指示。參與者敘述自己的看法後，還必須說明理由。同組的其他人則必須斷定這個人是否說謊。

研究人員發現，說謊的人拿到卡片之後，通常要花比較長的時間才開始講話。說謊者平均需要6.5秒，而誠實者只需要4.6秒。此外，善於說謊的人也善於看破謊言，正應了那句俗話：「做賊的最會捉賊。」雖然說謊者在遊戲中比較擅長看破謊言，但原因還不清楚。研究人員認為，這可能是因為說謊者比較擅長（無論是有意識或無意識地）察覺他人反應變慢和講話速度加快。

可惜的是，一般人沒那麼擅長看出說謊的特殊徵兆。2006年一項涵括58個國家的調查⁴³詢問參與者：「你如何看出一個人在說謊？」有一個答案最常出現、每個國家都有人提到，而且在大多數國家名列前茅：人在說謊時會避免目光接觸。這雖然是常見的說謊判斷方法，效果卻不是特別好。說謊者移開目光的次數，其實不會多於誠實者⁴⁴。其他可能徵兆的基礎也很薄弱。說謊者講話時不會格外好動或經常改變姿勢。

行為不一定會揭穿說謊者，但可能在其他方面影響賽局。哈佛大學和加州理工學院心理學家證明，某些臉部表情可能誘使對手下錯賭注。2010年一項研究中⁴⁵，研究人員請參與者跟電腦玩家對打簡單的撲克牌，並在螢幕上顯示電腦玩家的臉部。研究人員告訴參與者，電腦會運用不同的打牌策略，但沒有解釋螢幕上的臉部表情。事實上這些說明都是幌子，電腦的行動都是隨機選擇，改變的只有表情。螢幕上的電腦玩家共有三種表情，分別代表各種誠實程度的刻板印象，一種是可信的、一種持平，還有一種是不可信的。研究人員發現，當電腦玩家出現不誠實或中性表情時，參與者做出的選擇比較正確。然而

當電腦玩家出現誠實的表情時，參與者的決策明顯變差，經常在手上的牌不錯時選擇蓋牌。

研究人員指出，這項研究包含一個由初學者對打的卡通版撲克。職業撲克牌局可能完全不同。然而這項研究顯示，臉部表情對撲克牌局的影響，可能與我們所想的的不同。論文作者指出：「許多人認為，打撲克牌時最好面無表情，但我們的受測對象所犯的下注錯誤，大多源自可信的表情。」

情緒也可能影響整體打牌風格。亞伯達大學撲克團隊發現，人類特別受強勢策略影響。約翰森說：「一般說來，職業撲克牌手打敗真人對手的要訣，大多與積極有關。積極的策略可向對手施加壓力，迫使對手做出錯誤決定，通常相當有效。」機器人程式跟人類對決時，通常會模仿這種行為，迫使對手出錯。機器人程式模仿人類行為的收穫似乎很多，甚至連複製人類的缺點也有好處。

• • •

馬特·馬祖爾（Matt Mazur）2006年決定製作撲克牌機器人時⁴⁶，知道必須避免被看穿，因為撲克網站禁止可能使用機器人程式的使用者進入網站。擁有能打敗人類的機器人程式還不夠，馬祖爾需要的，是打起牌來跟人類毫無分別的程式。

馬祖爾是電腦科學家，住在美國科羅拉多州，在閒暇時間參與各種軟體計畫。2006年，他的新計畫是撲克牌。當年秋天他第一次嘗試製作的機器人程式，採用的是小籌碼策略。這種策略是牌局剛開始時下很小的賭注，接著以非常積極的方式打牌，試圖嚇退其他玩家，取得全部賭注。這種打牌手法經常被視為惹人不快，馬祖爾也發現這種

方式成效不算很好。半年下來，這個機器人程式打了接近五萬局，輸了一千多美元。馬祖爾放棄有瑕疵的初步作品，設計出兩人對決撲克打得還不錯的機器人程式。這個機器人程式打牌保守，舉動謹慎，但下注時很積極。馬祖爾說，這個機器人程式在小賭注牌局跟人類對決時，比較有競爭力。

接下來的挑戰是避免被發現。糟糕的是，可協助馬祖爾的資訊不多。他說：「線上撲克網站當然不會透露他們怎麼揪出機器人程式，所以機器人程式開發者只能依靠瞎子摸象。」因此馬祖爾在設計撲克牌程式時，會盡量站在機器人程式獵人的角度來思考。「如果我要抓機器人程式，我會觀察許多因素，評估這些因素，逐步研究證據，才能確定某個玩家究竟是不是機器人」。

下注方式怪異就是明顯的徵兆。如果一個機器人程式下注太多次或太快，可能就有嫌疑。糟的是，馬祖爾發現他的機器人程式有時會表現得很奇怪。這些機器怎程式兩兩一組，在撲克網站上對戰。其中之一負責登記新牌局，另一個負責打牌。有一次，馬祖爾離開電腦一下，碰巧打牌程式當機了，另一個機器人程式不知道發生了什麼事，因此繼續登記新牌局。沒有機器人程式來打牌，所以馬祖爾的帳號連續跳過20局。後來馬祖爾發現他的機器人程式還有其他瑕疵。舉例來說，機器人程式經常連續幾百局都下相同的賭注。馬祖爾指出人類很少這麼做，人類通常會隨時間而變得自信（或覺得無聊），因此會跳到賭注較大的牌局一陣子。

除了謹慎打牌，馬祖爾的機器人程式還必須操作撲克網站。馬祖爾發現有些網站的某些功能，會使自動操作變得困難（可能是有意，也可能出於無意）。有時網站會略微改變畫面上的樣貌，可能是改變視窗大小或形狀，也可能是移動按鈕。這類改變對人類而言不是問

題，但可能讓已經設定好操作方法的機器人程式無所適從。馬祖爾必須讓機器人程式記錄視窗和按鈕的位置，並調整點按位置，以因應各種改變。

整個過程就像圖靈的模仿遊戲。為了避免被抓到，馬祖爾的機器人程式必須讓網站相信，它們的打牌方式跟人類一樣。有時候，機器人程式甚至會碰上圖靈的原始測試。撲克網站中大多有聊天功能，讓玩家互相對話。通常這不是問題，玩家打牌時通常不會講話。但馬祖爾覺得有些對話沒辦法避免。如果有人說他的機器人程式是電腦程式，而程式沒有回應，就有可能遭到檢舉。如果有人在牌局中提到「機器人」、「作弊」等字眼，他就會收到警告並立刻回應。這表示他在機器人程式打牌時，不能離電腦太遠，但不這樣的話可能更糟，無人監督的電腦程式很容易碰到問題，不知道該如何解決。

馬祖爾的機器人程式花了一段時間才取得勝利，足足運作了一年半才開始贏錢，最後到了2008年春天，它總算開始小幅獲利。但幾個月後，這次成功的嘗試突然告終。2008年10月2日，馬祖爾收到撲克網站的電子郵件，告知他的帳戶已被停用。那他是怎麼被發現的呢？他說：「回想起來，我想我的程式被抓到的原因，是它玩了太多局。」馬祖爾的機器人程式專打兩人Sit 'n Go牌局，只要有兩個人就可以開始打牌。馬祖爾說：「一般玩家一天大概會打10到15局無限賭注兩人Sit 'n Go，但我的程式最多一天打了50到60局，可能因此被注意到。」當然這只是他自己的猜測。「也可能是其他因素，我大概永遠都不會知道。」

馬祖爾其實不怎麼在意少了機器人程式的獲利。他說：「我的帳戶被停用時，我賺到的錢不多。我如果用這些時間來打牌，賺到的可能還比較多。但同樣地，我製作機器人程式不是為了賺錢，而是為了

挑戰。」

馬祖爾的帳戶被停用之後，他寫電子郵件給停用他帳戶的撲克網站，表示願意說明他採用的方法。他知道好幾種防範機器人程式的方法，希望藉此提升真人玩家的安全性。馬祖爾告知該公司各種應該留意之處，包括大量牌局和不尋常的滑鼠移動等等，甚至還建議了阻礙機器人程式發展的方法，例如改變畫面上的按鈕大小和位置等。

馬祖爾也在自己的網站上，張貼這個機器人程式創作的詳細發展，包括畫面截圖和概要等。他想告訴大眾，撲克牌機器人程式很難製作，用電腦可以做很多更有用的東西。他說：「我發現如果要花這麼多時間做一個軟體，我應該把心力花在更有價值的東西上。」然而回想起來，他不後悔自己這麼做。「如果我沒有做這個撲克牌機器人程式，天曉得我會做什麼。」

1 Thanks to their ability to dissect: 關於華生的背景資料取自Rashid, Fahmida. 'IBM's Watson Ties for Lead on Jeopardy but Makes Some Doozies'. EWeek, February 14, 2011. <http://www.eweek.com/c/a/IT-Infrastructure/IBMs-Watson-Ties-for-Lead-on-Jeopardy-but-Makes-Some-Doozies-237890>; and Best, Jo. 'IBM Watson: How the Jeopardy-Winning Supercomputer Was Born, and What It Wants to Do Next'. TechRepublic. <http://www.techrepublic.com/article/ibm-watson-the-inside-story-of-how-the-jeopardy-winning-supercomputer-was-born-and-what-it-wants-to-do-next/>.

2 IBM collected some of the results: Basulto, Dominic. 'How IBM Wa

tson Helped Me to Create a Tastier Burrito Than Chipotle’. Washington Post, April 15, 2015. <http://www.washingtonpost.com/blogs/innovations/wp/2015/04/15/how-ibm-watson-helped-me-to-create-a-tastier-burrito-than-chipotle/>.

- 3 ‘Let’s try poker’: Wise, Gary. ‘Representing Mankind’. ESPN Poker Club, August 6, 2007. http://sports.espn.go.com/espn/poker/columns/story?columnist=wise_gary&id=2959684.
- 4 Finally, there is Eric Jackson: 細節及引文摘自作者於2014年4月與麥可·約翰森的訪談內容以及Neil Burch, April 2014, and Tuomas Sandholm, December 2013. Additional specifics from competition online results (<http://www.computerpokercompetition.org>).
- 5 ‘Poker is a perfect microcosm’: Author interview with Jonathan Schaffer, July 2013.
- 6 ‘a bath of refreshing foolishness’: Ulam, S. M. Adventures of a Mathematician (Oakland: University of California Press, 1991).
- 7 young British mathematician by the name of Alan Turing: Hodges, Andrew. Alan Turing: The Enigma (Princeton, NJ: Princeton University Press, 1983).
- 8 ‘I rather liked it at first’: 關於圖靈的背景資料請參閱Copeland, B. J. The Essential Turing (Oxford: Oxford University Press, 2004).
- 9 manuscript entitled ‘The Game of Poker’: The game of poker. File A MT/C/18. The Papers of Alan Mathison Turing. The UK National Archives.

- 10 He also wondered how games: 關於模仿遊戲的細節請參閱Turing, A. M. 'Computing Machinery and Intelligence'. Mind 59 (1950): 433-460.

- 11 When it played chess against Garry Kasparov: Kasparov, Garry. 'The Chess Master and the Computer'. New York Review of Books, February 11, 2010. <http://www.nybooks.com/articles/archives/2010/feb/11/the-chess-master-and-the-computer/>.

- 12 In 2013, journalist Michael Kaplan: 關於賭城機器人程式的細節請參閱Kaplan, Michael. 'The Steely, Headless King of Texas Hold'em'. New York Times Magazine, September 5, 2013. <http://www.nytimes.com/2013/09/08/magazine/poker-computer.html>.

- 13 It would have to read its opponent: 關於撲克和西洋跳棋的比較請參閱Dahl, Fredrik. 'A Reinforcement Learning Algorithm Applied to Simplified Two-Player Texas Hold'em Poker'. EMCL '01 Proceedings of the 12th European Conference on Machine Learning (2001): 85-96. doi:10.1007/3-540-44795-4_8.

- 14 Neural networks are not a new idea: McCulloch, Warren S., and Walter H. Pitts. 'A Logical Calculus of the Ideas Immanent in Nervous Activity'. Bulletin of Mathematical Biophysics 5 (1943): 115-133. <http://www.cse.chalmers.se/~coquand/AUTOMATA/mcp.pdf>.

- 15 Facebook announced an AI team: 關於人工智慧團隊和深臉的細節請參閱Simonite, Tom. 'Facebook Launches Advanced AI Effort to Find Meaning in Your Posts'. MIT Technology Review, September 20, 2013. <http://www.technologyreview.com/news/519411/facebook-launches-advanced-ai-effort-to-find-meaning-in-your-posts/> 以及

- Simonite, Tom. 'Facebook Creates Software That Matches Faces Almost as Well as You Do'. MIT Technology Review, March 17, 2014. <http://www.technologyreview.com/news/525586/facebook-creates-software-that-matches-faces-almost-as-well-as-you-do/>.
- 16 Facebook users were uploading over 350 million: Smith, Cooper. 'Facebook Users Are Uploading 350 Million New Photos Each Day'. Business Insider, September 18, 2013. <http://www.businessinsider.com/facebook-350-million-photos-each-day-2013-9>.
- 17 Rather than grab a vulnerable pawn: 關於棋步的敘述請參閱Chelminski, Rudy. 'This Time It's Personal'. Wired 9.10 (October 2001). <http://archive.wired.com/wired/archive/9.10/chess.html>.
- 18 Deep Blue's game-changing show: 棋步為隨機的實情摘自Silver, Nate. The Signal and the Noise: Why So Many Predictions Fail—but Some Don't (London: Penguin, 2012).
- 19 Some are easier to scare off than others: Bateman, Marcus. 'What Does "Floating" Mean?' Betfair Online, July 6, 2010. <https://betting.betfair.com/poker/poker-strategy/what-does-floating-mean-060710.html>.
- 20 'Most of our group aren't poker players': Author interview with Michael Johanson and Neil Burch, April 2014.
- 21 In 2010, an online version of rock-paper-scissors: Dance, Gabriel, and Tom Jackson. 'Rock-Paper-Scissors: You vs. the Computer'. New York Times. <http://www.nytimes.com/interactive/science/rock-paper-scissors.html>.

- 22 In 2014, Zhijian Wang and colleagues: Wang, Zhijian, Bin Xu and Hai-Jun Zhou. 'Social Cycling and Conditional Responses in the Rock-Paper-Scissors Game'. Scientific Reports 4, no. 5830 (2014). doi: 10.1038/srep05830.
- 23 cognitive psychologist George Miller noted: Miller, George A. 'The Magical Number Seven, Plus or Minus Two: Some Limits on Our Capacity for Processing Information'. Psychological Review 63 (1956): 81-97.
- 24 Dutch psychologist Willem Wagenaar observed: Bar-Hillel, Maya, and Willem A. Wagenaar. 'The Perception of Randomness'. Advances in Applied Mathematics 12, no. 4 (1991): 428-454. doi:10.1016/0196-8858(91)90029-I.
- 25 referred to as the 'magical number seven': Jacobson, Roni. 'Seven Isn't the Magic Number for Short-Term Memory'. New York Times, September 9, 2013.
- 26 the best competitors can memorise: Lai, Angel. 'World Records'. <http://www.world-memory-statistics.com/disciplines.php>.
- 27 memorizing cards also helps in blackjack: 關於記憶技巧的細節請參閱Robb, Stephen. 'How a Memory Champ's Brain Works'. BBC News, April 7, 2009. http://news.bbc.co.uk/2/hi/uk_news/magazine/7982327.stm.
- 28 'often mused about the nature of memory': Metropolis, Nick. 'The Beginning of the Monte Carlo Method'. Special issue, Los Alamos Science (1987): 125-130. <http://jackman.stanford.edu/mcmc/metrop>

olis1.pdf.

- 29 The database came from Shawn Bayern: ‘Rock-Paper-Scissors: Humans Versus AI’. <http://www.essentially.net/rsp>.
- 30 ‘A coalition absorbs at least two players’: Von Neumann, J., and Oskar Morgenstern. *Theory of Games and Economic Behavior* (Princeton, NJ: Princeton University Press, 1944).
- 31 Parisa Mazrooei and colleagues at the University of Alberta: Mazrooei, Parisa, Christopher Archibald and Michael Bowling. ‘Automating Collusion Detection in Sequential Games’. Association for the Advancement of Artificial Intelligence (2013). <https://webdocs.cs.ualberta.ca/~bowling/papers/13aaai-collusion.pdf>.
- 32 There are reports of unscrupulous players: Goldberg, Adrian. ‘Can the World of Online Poker Chase Out the Cheats?’ BBC News, September 12, 2010. <http://www.bbc.com/news/uk-11250835>.
- 33 ‘In any form of poker’: Dahl, F. ‘A Reinforcement Learning Algorithm Applied to Simplified Two-Player Texas Hold’em Poker’. In *European Conference on Machine Learning 2001, Lecture Notes in Artificial Intelligence 2167*, ed. L. De Raedt and P. Flach (Berlin: Springer-Verlag, 2001).
- 34 tweak your tactics as you learn: Author interview with Tuomas Sandholm, December 2013. Additional details in: Sandholm, T. ‘Perspectives on Multiagent Learning’. *Artificial Intelligence* 171 (2007): 382-391.
- 35 Sandholm has been developing ‘hybrid’ bots: Ganzfried, Sam, and

Tuomas Sandholm. ‘Game Theory-Based Opponent Modeling in Large Imperfect-Information Games’. Proceedings of the 10th International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems 2 (2011): 533-540.

36 professional players Phil Laak and Ali Eslami: 關於此事件的細節請參閱Wise, ‘Representing Mankind’; and Harris, Martin. ‘Laak-Eslami Team Defeats Polaris in Man-Machine Poker Championship’. PokerNews, July 25, 2007. <http://www.pokernews.com/news/2007/07/laak-eslami-team-defeats-polaris-man-machine-poker-champions.htm>.

37 there was a second man-machine competition: 關於此事件的細節請參閱Harris, Martin. ‘Polaris 2.0 Defeats Stoxpoker Team in Man-Machine Poker Championship’. PokerNews, July 10, 2008. <http://www.pokernews.com/news/2008/07/man-machine-II-poker-championship-polaris-defeats-stoxpoker-.htm>; and Johnson, R. Colin. ‘AI Beats Human Poker Champions’. EETimes, July 7, 2008. http://www.eetimes.com/document.asp?doc_id=1168863.

38 Using the regret minimisation approach: Author interview with Michael Johanson, April 2014.

39 With a nod to the group’s draughts research: Bowling, Michael, Neil Burch, Michael Johanson, and Oskari Tammelin. ‘Heads-Up Limit Hold’em Poker Is Solved’. Science 347, no. 6218 (2015): 145-149. doi:10.1126/science.1259433.

40 ‘It would attack the mystique’: Author interview with Michael Johanson, April 2014.

- 41 Watson found the short clues the most difficult: Sutton, John D. ‘Behind-the-Scenes with IBM’s “Jeopardy!” Computer, Watson’. CNN, February 7, 2011. <http://www.cnn.com/2011/TECH/innovation/02/07/watson.ibm.jeopardy/>.
- 42 people might be especially good at sizing up others: Wright, G. R., C. J. Berry and G. Bird. ““You Can’t Kid a Kidder”: Association Between Production and Detection of Deception in an Interactive Deception Task’. *Frontiers in Human Neuroscience* 6 (2012): 87. doi:10.3389/fnhum.2012.00087.
- 43 In a 2006 survey spanning fifty-eight countries: Global Deception Research Team. ‘A World of Lies’. *Journal of Cross-Cultural Psychology* 37, no. 1 (2006): 60-74. doi:10.1177/0022022105282295.
- 44 There’s no evidence that liars avert their gaze: DePaulo, B. M., J. J. Lindsay, B. E. Malone, L. Muhlenbruck, K. Charlton and H. Cooper. ‘Cues to Deception’. *Psychological Bulletin* 129, no. 1 (2003): 74-118.
- 45 In a 2010 study: Schlicht, E. J., S. Shimojo, C. F. Camerer, P. Battaglia and K. Nakayama. ‘Human Wagering Behavior Depends on Opponents’ Faces’. *PLoS ONE* 5, no. 7 (2010): e11663.
- 46 When Matt Mazur decided to build a poker bot: Author interview with Matt Mazur, August 2014. Additional details from his blog posts (<http://www.mattmazur.com>).

Chapter 8

超越算牌

Beyond Card Counting

讀者如果有機會走進拉斯維加斯的賭場，可以抬頭看一下。賭場天花板裝著好幾百台攝影機¹，好像黑漆漆的雙筒望遠鏡，隨時觀察底下的賭桌。這些人造眼睛的功能，是防止腦筋或手指動得特別快的人造成賭場收入減少。1960年代之前，賭場對這類作弊的定義相當明確²。賭場只需要擔心荷官輸太多，或賭客在輪盤小球停止後，偷偷把大額籌碼推進已經放下的賭注中。這些賭局本身沒問題，它們都不可能被打敗。

不過這其實並不正確。索普發現廿一點中有個漏洞，還以這個主題寫了一本暢銷書。後來有一群物理系學生，破解了輪盤這個自古就被視為機率的象徵。在賭場之外，有人甚至藉助數學原理和人力贏得彩券頭獎。

現在，關於贏錢究竟取決於運氣或技術的爭議，已經遍及其他賽局，甚至可能影響曾經獲利極高的美國撲克產業。2011年，美國政府下令關閉數個大型撲克網站，宣告瀰漫全美各地長達數年的「撲克爆炸」時期結束。這次大動作的法源依據，是2006年通過的「非法網路博奕執法法案³」。這個法案禁止涉及「獲勝機會受機率主導」的遊戲之銀行轉帳行為，它雖然有助於防堵撲克蔓延，卻不包含股票交易或賽馬。因此，我們該怎麼確定機率賽局的關鍵要素是什麼？

2012年夏天，這個答案對某個人而言價值非凡。美國聯邦政府除

了解散主要撲克公司，還開始追捕小型賭局經營者，在紐約州史塔頓島經營撲克館的勞倫斯·迪克里斯提納（Lawrence DiCristina）也是其中之一⁴。他的案子於2012年開始審理，後來被判經營非法賭場。

迪克里斯提納展開平反行動，過了一個月，他到法院申辯。在聽證庭中，迪克里斯提納的律師申請經濟學家藍道爾·希柏（Randal Heeb）擔任專家證人。希柏的目標是說服法官撲克是技巧賽局，因此不屬於非法賭博。提示證據時，希柏呈示了數百萬局撲克牌的資料。他指出，扣除運氣不好的幾天，頂尖玩家幾乎天天贏錢。相反地，牌藝最差的玩家幾乎一年到頭都在輸錢。有些人能靠打撲克牌為生，證明這種賽局確實需要技巧。

檢方也請來經濟學家大衛·迪羅沙（David DeRosa）擔任專家證人。他對撲克的看法和希柏不同。迪羅沙用電腦模擬1000個人各自拋擲硬幣一萬次的狀況。假設某個結果（假設是背面）」代表獲勝，而某個人在拋擲中獲勝的次數完全為隨機。這個結果跟希柏提出的結果非常接近：有幾個人似乎經常獲勝，另外有一群人則輸了很多次。這不代表拋擲硬幣需要技巧，只代表觀察範圍擴大到一定程度時，罕見事件就可能出現。

迪羅沙探討的另一點是輸錢的玩家人數。依據希柏的資料，線上撲克玩家最後輸光光的比例大約是95%。迪羅沙說：「如果絕大多數人都輸錢，我們怎麼能說它是技巧性賽局？如果我們只因為運氣比較好，輸的錢就比其他賭客更少，那麼我絕對不相信它是技巧性賽局。」

希柏也承認，在特定賽局中，只有10%至20%玩家的技巧足以經常贏錢。他說，輸錢的玩家之所以比贏錢的玩家多出許多，有部分要歸因於撲克業者從每一局的總注金中抽取多少費用（迪克里斯提納這

裡的費率是5%)。但他認為，牌藝高超的撲克好手存在並非取決於機率。雖然許多人拋擲硬幣時，會有一小群人看起來總是贏，但撲克好手取得極佳成績後還是經常獲勝，但拋擲硬幣時運氣很好的人則不一定會如此。

根據希柏表示，高手贏錢的部分原因是，撲克中玩家可以控制事件。投注者對運動比賽或輪盤下注時，賭注對結果不會有影響。但撲克牌玩家則可透過下注影響牌局結果。希柏說：「撲克牌局中的賭注，跟牌局結果的賭注是不一樣的。賭注是我們執行策略時的選擇，我們是在試圖影響牌局結果。」

但迪羅沙認為，單以幾局牌來觀察玩家的表現是不合理的。莊家發出的牌每次都不一樣，所以每局牌彼此沒有關聯。即使單一局牌受運氣影響很大，我們也不能認為玩家輸錢之後就會贏錢。迪羅沙把這種狀況比做蒙地卡羅錯覺。他說：「就算輪盤連續開出20次紅色，也不代表下次一定是黑色。」

希柏承認，單一局牌的運氣成分很高，但並不表示牌局的主導因素是運氣。他以棒球投手來當作例子。投球雖然與技巧有關，但單單一球也可能受機率影響：實力較弱的投手可能投出好球、很強的投手也可能投得很差。想找出最強（和最弱）的投手，必須觀察很多球才行。

希柏認為，最重要的問題是：技巧對牌局的影響，需要多久才能超越機率？如果需要的局數很多（超過大多數人打牌的局數），撲克就應該視為機率賽局。希柏的線上撲克分析卻顯示並非如此，只需要相當少的局數，技巧就能超越運氣。因此牌藝高超的玩家只要打過幾個時段，就可取得領先。

負責審理兩造主張的，是紐約出身的傑克·溫斯坦（Jack

Weinstein) 法官。溫斯坦指出，用以起訴迪克里斯提納的法律（非法博奕法案）列出了輪盤和吃角子老虎等賭局，但並未明確提到撲克牌。他還表示，法律未詳細說明細節並非沒有前例。1926年10月，機場人員威廉·麥克波義耳（William McBoyle）在伊利諾州渥太華共謀竊取一架飛機⁵。雖然他被依據「美國國家機動載具竊盜法」起訴，但對判決提起上訴。他的律師主張這個法案並未明確涵括飛機，因為該法案對載具的定義為「汽車、機動卡車、機動貨車、摩托車，或任何可自行移動且非行駛在軌道上的載具」。麥克波義耳的律師指出，這表示飛機並非載具，因此麥克波義耳並未觸犯運輸贓車的聯邦罪。美國最高法院對此表示同意。他們指出，法律條文僅提及陸地行駛車輛的心理印象，所以不能僅因飛機似乎應該適用類似規則，就使法律適用範圍擴及飛機，因此推翻原判決。

溫斯坦法官表示，博奕法案雖然並未提到撲克，但不代表撲克不是賭博，不過此疏漏確實代表機率在撲克中扮演的角色有待討論。溫斯坦也認為希柏提供的證據令人信服。以往，各地法院都未曾依據聯邦法，判定撲克究竟是不是賭博。溫斯坦於2012年8月21日做出結論，認定撲克的主導因素是技巧而非機率。換句話說，撲克並非聯邦法律中的賭博，因而推翻迪克里斯提納的原判決⁶。

不過這次勝利相當短暫。溫斯坦雖然判定迪克里斯提納並未違反聯邦法，但紐約州對賭博的定義更加嚴格。紐約州法律的適用範圍涵括所有「在一定程度上包含機率成分」的賽局。結果，迪克里斯提納的無罪判決於2013年8月又被推翻。溫斯坦對運氣和技巧的相對角色的裁定並未受到質疑，然而州法律認為⁷，撲克依然符合博奕業的定義。

迪克里斯提納這案例，正屬於撲克這類賽局中究竟有多少運氣成分的爭議，而且這類爭議越來越激烈。「一定程度的機率成分」這樣

的定義，日後一定會引起更多問題。由於博奕跟某些金融交易相當接近，所以這個定義當然也包含某些金融投資行為嗎？才華和僥倖又應該如何分辨？

• • •

我們很容易把賽局分成「運氣」和「技巧」兩類，輪盤通常被當成純屬運氣的代​​表，應該會被歸在「運氣」，而許多人相信只受技巧影響的西洋棋則應該歸在「技巧」。但事情沒那麼簡單。首先，我們心目中的隨機過程通常很不隨機。

輪盤雖然普遍被視為隨機性的極致，但已經先後被統計學和物理學破解。其他賽局也被科學一一征服。撲克玩家運用賽局理論，投注集團也把運動投注變成投資。根據在洛沙拉摩斯國家實驗室研發氫彈的烏蘭表示，技巧成分在這類賽局中不一定看得出來。他說：「習慣性運氣或許真的存在⁸。打牌很好運的人可能擁有某些不知名的才能，讓他們在有技巧成分的賽局中無往不利。」烏蘭認為科學研究也是如此。有些科學家似乎經常運氣很好，讓人不得不相信他們擁有某種才能。十九世紀的化學家路易·巴斯德（Louis Pasteur）曾經提出類似概念，他的說法是「機會是留給準備好的人⁹」。

運氣很少隱密到無法發現。運氣成分或許無法完全排除，但歷史告訴我們，技巧通常可在某種程度上取代運氣。此外，我們認為完全依靠技巧的賽局往往並非如此。就以西洋棋為例，西洋棋局本身不具隨機性，因為如果雙方每次都走相同的棋步，結果就一定會相同。但運氣還是有影響。因為最佳策略不明，所以一連串隨機棋步有可能打敗最強的棋手。

可惜的是，在做決定時，我們對機率的想法有時相當一廂情願。如果選擇正確，我們會歸因於技巧，如果選擇失敗，就一定是運氣不好。我們對技巧的想法也很容易因為外在來源而偏誤。報紙經常報導企業家抓住趨勢賺了大錢，或是名人突然變得家喻戶曉。我們也聽過新進作家突然寫出暢銷書，樂隊一夕之間爆紅的故事。我們看到別人成功，好奇他們為什麼那麼特別。但如果他們不特別呢？

2006年，哥倫比亞大學的馬修·薩爾加尼克（Matthew Salganik）等人¹⁰，發表一項人工「音樂市場」研究。這項研究請參與者下載、聆聽和評分幾十首不同的音樂。參與者共有1萬4000人，研究人員私下把他們分成9組。其中8組的參與者看得見同組參與者喜歡哪些歌曲。最後一組是對照組，參與者不知道別人下載些什麼。

研究人員發現，對照組中最受喜愛的歌曲（判定標準只有歌曲本身好不好聽，而非其他人下載的歌曲），在另外8組中不一定最受喜愛。事實上，其他8組的歌曲排名差異相當大。「最佳」歌曲雖然通常會有不少人下載，但不一定很受喜愛。相反地，受歡迎程度的發展通常分成兩個階段。在第一個階段，參與者選擇哪些歌曲取決於隨機性。接下來，這些歌曲被下載之後，受歡迎程度則會因社會行為而放大，參與者看到排名後會效法同組參與者。這項研究的作者之一彼得·史瑞登·多茲（Peter Sheridan Dodds）後來寫道：「本質對流行程度的影響遠比我們想的小¹¹，而受流行群眾特質的影響大得多。」

避險基金元盛資產管理公司的馬克·羅爾斯頓（Mark Roulston）和大衛·漢德（David Hand）指出，流行程度的隨機性也可能影響投資基金排名。他們在2013年指出：「我們來看看一群不具技巧的基金¹²，其中有些基金完全靠運氣獲得不錯的報酬，吸引不少投資者，表現不佳的基金則會結束並隱藏結果。所以如果觀察這些仍然存在的基

金，我們會覺得他們擁有一些技巧。」

運氣和技巧之間（也是賭博和投資之間）的界線，沒有我們想的那麼分明。彩券應該是最典型的賭博，但累積幾個星期之後，期望報酬就會轉負為正，也就是買下所有號碼組合仍然能賺錢。這樣的轉變有時會反過來，讓投資變得像賭博。英國相當風行的溢價債券（Premium Bond）就是個例子。買這種債券不像一般債券可以獲得固定比例的利息，而是參加每月一次的抽獎，頭獎是100萬英鎊而且不用扣稅，另外也有一些小獎。民眾投資溢價債券時，其實是用原本可賺到的利息來賭博。如果把這些錢投資在一般債券、提領利息，再用這些錢買累積的彩券，期望報酬其實也沒什麼不同。

如果要把已知狀況中的運氣和技巧成分分開，必須先想辦法測定這兩種因素，但有時度量結果很容易受微小的變化影響，看似無關緊要的決定，也可能使結果完全不同。個別事件可能造成出乎意料的影響，尤其是足球和冰球等進球數比較少的運動。一次大膽的傳球，可能帶來決勝的一球，或讓冰球打到門柱。我們看冰球時，該如何分辨精湛球技和多次幸運攻門帶來的勝利？

2008年，冰球分析專家布萊恩·金恩（Brian King）¹³提出測定某位NHL球員幸運程度的方法。他的說法是「我們先假裝有個統計數字稱為『狗屎運』」。為了計算這個統計數字，他計算了這位球員在場上時在此球隊的總得分中所佔的比例，以及對手攻門被救下的比例，再把這兩個值相加。金恩主張，雖然創造射門機會需要許多技巧，但運氣對於射門能否進球的影響比較大。令人擔憂的是，金恩把這個統計數字套用在當地NHL冰球隊後發現，最幸運的球員會獲得續約，不幸運的球員則被釋出。

這個統計數字後來依照金恩在網路上的外號稱為PDO¹⁴，也被放

到其他運動中，用來評估球員（和球隊）的幸運程度。2014年世界杯足球賽中，有好幾支頂尖球隊沒有進入會內賽。西班牙、義大利、葡萄牙和英格蘭都在第一輪慘遭淘汰。這是因為這些球隊實力不夠還是運氣不好？英格蘭隊運氣不佳是有名的，從進球不算到罰球不進等不一而足。2014年似乎也不例外：英格蘭的PDO在與賽各隊中最低¹⁵，只有0.66。

我們或許可以把PDO很低的球隊想成運氣很差。這些球隊可能有個特別容易失誤的前鋒，或是很糟的守門員。但長期而言，一支球隊的PDO極少一直非常低（或非常高）。如果分析的場數更多，球隊的PDO很快就會趨近這支球隊的平均值。這就是高爾頓所謂的回歸平庸現象：如果一支球隊的PDO在幾場比賽後明顯高於或低於1，可能就是運氣的影響。

PDO這類統計數字可能很適合用於評估球隊的幸運程度，但在下注時不一定很有幫助。賭客對預測比較有興趣，換句話說，賭客想知道代表實力的因素，而不是代表運氣的因素。但這對真正了解技巧有多少幫助？

就以賽馬為例。預測賽馬場上的事件過程相當麻煩。從過往經驗到跑道狀況等，各種因素都可能影響馬匹在比賽中的表現。其中有些因素對未來狀況提供清楚的訊息，有些則只會使預測更模糊。為了解哪些因素真正有用，投注集團必須蒐集可靠及重複的比賽觀察結果。香港是班特所知最接近實驗室環境的地方，參與比賽的賽馬相同，比賽間隔固定，而且跑道相同且狀況類似。

班特運用自己的統計模型，找出使比賽預測結果正確的因素。他發現有些因素特別重要。舉例來說，在班特早期的分析中，模型指出馬匹以往出賽的場數在進行預測時，是非常重要的因素。事實上，這

可以說是最重要的因素。這個發現或許並不令人意外。出賽場數較多的賽馬通常已經習慣這個場地，也比較不害怕其他對手。

對觀察到的結果提出解釋很容易。看到似乎很直覺的描述，我們可以告訴自己為什麼會這樣，以及我們為什麼不應該對結果感到驚訝。這在進行預測時往往是個問題。我們提出解釋時，是假設一個過程直接造成另一個過程。香港的賽馬獲勝的原因是牠們熟悉場地，而熟悉場地是因為牠們已經比賽過許多場。但兩件事顯然有關（例如獲勝機率和出賽場數），並不表示其中一件事直接造成另一件事。

統計學界另一句經常被引用的名言是「相關不蘊含因果」（correlation does not imply causation）。我們來看看劍橋大學各學院的葡萄酒預算。2012至2013學年度，劍橋大學各學院花在葡萄酒上的總金額¹⁶，與學生在同一期間的考試成績正相關。學院花越多錢買葡萄酒，考試成績通常越好（皮爾森和圖靈曾經就讀過的國王學院高居第一，花了33萬8559英鎊¹⁷，平均每名學生約850英鎊）。

其他地方也有這樣奇怪的現象。巧克力消費量很高的國家¹⁸，諾貝爾獎獲獎數也比較多。紐約市冰淇淋銷售量上升時¹⁹，殺人率也會跟著提高。當然，買冰淇淋不會讓我們想殺人，吃巧克力不會讓我們變成獲得諾貝爾獎的優秀研究人員，喝葡萄酒也不會讓我們的考試成績變好。

這些例子可能都有個隱藏因素可以解釋這種現象。在劍橋大學的例子中可能是財富，財富可能同時影響葡萄酒花費和考試成績。此外，觀察結果背後或許還有更複雜的理由。所以班特不打算解釋他的賽馬模型中，為什麼有些因素格外重要。一匹賽馬的出場次數，可能與另一個直接影響表現的（隱藏）因素有關。此外，出賽場數和其他因素（例如體重和騎師經驗）之間，可能有錯綜複雜的權衡關係，班

特也不打算把這類關係簡化成「A造成B」的結論。不過，如果這樣能提出正確預測，班特也很樂於拋開簡潔和解釋。他的因素是否違反直覺或難以令人信服並不重要。這個模型的功能是估算某匹賽馬的獲勝機率，不是解釋這匹賽馬為什麼會贏。

從冰球到賽馬，運動分析方法近年已有長足的進步。這些方法讓賭客更深入地研究比賽、規模更大的模型和更精細的資料。現在，科學化投注已經遠遠超越算牌。

索普在他的廿一點書籍《勝過荷官》的最後一頁中預言，未來數十年內將會出現許多新方法試圖征服機率。他知道試圖猜測這些方法是白費工夫。他寫道：「大多數機率都遠遠超出現今我們想像和作夢的範疇，看到這些方法問世會很令人激動。」

索普提出他的預測之後，投注科學確實進化了。它整合新的研究領域，範圍遠超過拉斯維加斯的牌桌和塑膠籌碼。但大眾對科學化投注的印象多半依然停留在過去。博奕策略的報導，大部分跟索普或守護精靈的奇遇相去不遠。成功投注被看成跟算牌或觀察輪盤差不多。報導都從數學角度探討，決定則被簡化成基本機率。

但簡單公式相對於人類的優勢，不像報導所說的那麼明顯。在撲克中，能算出取得特定牌面的機率固然很有幫助，卻不保證能贏錢。賭客仍然需要解譯對手的行為。馮紐曼發展出賽局理論來解決這個問題時，發現採用虛張聲勢等詐騙策略其實是最佳方案。賭客一直都做對了，只是不知道原因。

有時我們必須完全跳脫數學上的完美。研究人員深入研究撲克的科學時，發現賽局理論在其中顯有不足之處，傳統博奕手法（包括觀察對手、利用弱點和探知情緒）可讓電腦牌手稱霸全世界。單單知道機率還是不夠，優秀的機器人程式還要結合數學和人類心理學。

在運動中也是如此。越來越多分析專家試圖探知影響球隊表現的個別變化。二十一世紀初，比利·比恩（Billy Beane）因為運用賽博計量學找出被低估的球員，並讓面臨財務危機的奧克蘭運動家隊打進美國職棒大聯盟季後賽²⁰。其他運動現在也開始採用這些技術。在英格蘭足球超級聯賽中，越來越多隊伍聘請統計學家，針對球隊表現和球員轉隊提供意見。曼徹斯特於2014年獲得聯賽冠軍時²¹，擁有將近十二位分析專家協助他們整合策略。

人性因素有時往往是主要因素，重要性甚至超越取自過往比賽資料的統計數字，畢竟進球機率同時取決於球的物理運行以及踢球者的心理運作。艾佛頓隊經理羅伯多·馬丁尼茲²²（Roberto Martinez）曾經表示，評估可能簽約的球員時，心理素質跟表現同等重要。經理希望知道球員到其他國家時的適應狀況，以及能否克服態度敵對的觀眾的巨大壓力。這類因素顯然相當難以測定。測定問題在運動中往往相當難以解決。從沒做過擒抱動作的防守球員，到極少碰到球的美式足球角衛等，重要資料往往不一定容易取得。但如果想完全了解一場比賽的狀況以及未來的可能發展，知道缺少哪些資料也是重要的一環。

研究人員開發一種運動的理論模型時，是把真實化為抽象。他們除去細節，只注意關鍵特質，就像畢卡索的著名特色一樣。1945年冬天，畢卡索創作石版畫《公牛》（Bull）時²³，一開始是以寫實方式描繪公牛。當時在旁觀看的一位助理說：「這頭公牛相當生動鮮活。我當時想這樣就算完成了。」但畢卡索還沒完成。他完成第一幅之後，又接著刻第二幅、第三幅。此時助理發現那頭公牛逐漸改變。「牠開始消失、越來越瘦。畢卡索不斷精簡構圖，而不是擴增構圖。」每刻一幅，畢卡索就更進一步，只保留重要輪廓，直到第十一幅才完成。這時所有細節幾乎都已消失，只剩下少數幾個線條，但還看得出公牛

的輪廓。畢卡索在這幾筆當中捕捉到公牛的神韻，創造抽象但不模糊的影像。愛因斯坦有一次提到科學模型時曾說²⁴，科學模型「一切應該盡量簡單，但沒辦法再簡化」。

抽象概念不是藝術和科學的專利，而是遍及生活中各個領域。就拿金錢來說好了，我們用信用卡付錢時，就是以抽象資料取代真實金錢。數字依然相同，但材質、色彩和味道等其他細節都被去除。地圖也是抽象化的例子，不必要的細節就不會出現。如果一張地圖的重點是運輸和交通，圖上就不會有天氣。但如果我們想知道哪裡晴天和哪裡下雨，公路就不會出現。

抽象概念讓複雜的世界變得容易理解。對大多數人而言，汽車油門只是讓車子跑得更快的裝置。我們不在意（也不需要知道）我們的腳和車輪之間的一連串動作。同樣地，我們也很少把電話看成把聲波轉換成電訊號的發射器。在日常生活中，電話就是讓我們跟別人通話的一連串按鈕。

事實上，我們可以說整個隨機性概念是抽象概念。我們說一個硬幣有50%的機率拋出背面、或輪盤小球落在特定數字的機率是 $1/37$ 時，就是在使用抽象概念。理論上，我們可以寫出它的運動方程式並求出解，藉以預測運動軌跡。但拋擲硬幣和輪盤旋轉很容易受初始條件影響，所以實際上很難這麼做。因此，我們只能估計這個過程，並假設它無法預測。我們為了方便而簡化複雜的物理過程。

在生活中，我們經常必須選擇（無論有意或無意）要使用什麼抽象概念。優異的抽象概念不會忽略任何細節。數學家諾伯特·韋納（Norbert Wiener）曾說：「最好的貓模型²⁵就是另一隻貓，而且最好是同一隻貓。」如此精細地描繪世界很難實現，所以我們必須去除某些特徵，然而這麼做之後的抽象概念就是我們的真實世界模型，容易

受我們的信仰和偏見影響。

抽象概念有時會蓄意影響大眾的認知。1947年，《時代雜誌》刊載一幅歐洲與亞洲跨頁地圖，標題是「共產主義傳染」。這幅地圖的透視經過調整，讓以不祥的紅色呈現的蘇聯籠罩世界其他地區。這幅地圖的創作者是製圖師R·M·夏邦（R. M. Chapin）在其後幾期繼續沿用這個主題。1952年，一幅名為《出自莫斯科的歐洲》的地圖²⁶，描繪蘇聯由圖面底端升起，邊界形成箭頭，直指西方。

就算偏誤不是刻意造成，模型也一定取決於創作者的目標（和資源）。我們來看看這些不同的賽馬模型：波爾頓和查普曼的模型有九個因素，班特運用的因素更超過一百個。研究人員決定抽象概念時必須小心翼翼。簡單的模型有忽略重要特徵的風險，複雜模型又可能包含不必要的特徵。困難之處是找到細節足以發揮效用，但又簡單易於使用的抽象概念。舉例來說，在廿一點中，算牌者不需要記住每張牌的確實大小，只要知道足以取得優勢的資訊就好。

當然，我們一定有可能選到遺漏重要細節的抽象概念。波瑞爾曾經說過，如果有兩個賭客，一定有一個是騙子、另一個是傻子。但當其中一名賭客掌握的資訊遠超過另一名賭客時，就不是這樣了。波瑞爾指出，在複雜狀況下，兩個人掌握的資訊可能完全相同，但對某個事件的機率做出不同結論。波瑞爾表示，這兩名賭客一起下注時²⁷，其中一人會相信「他一定是騙子，另一個是傻子」。

撲克就是說明正確選擇抽象概念相當重要的好例子。撲克中的可能行動極多，遠超過可計算程度，因此機器人程式必須藉由抽象概念加以簡化。桑德霍姆指出，抽象化可能會造成問題。舉例來說，機器人程式能只會以特定賭注金額來思考，避免分析所有可能賭注。然而一段時間之後，機器人程式對真實的看法會跟真實狀況脫節。桑德霍

姆說：「你對總賭注有多少錢的想法將會變得不準確，這樣可能讓你容易輸給抽象概念較佳、更接近真實的對手。」

這類問題不只會出現在撲克中。整個賭場業的基礎假設是：賭局是隨機的。賭場把輪盤開獎和廿一點的洗牌視為無法預測，而且假設賭客也這麼認為。但相信一個抽象概念不代表它就是正確的。如果有人像索普或法爾馬一樣擁有更好的真實模型，就可藉助賭場的過度簡化獲利。

索普和法爾馬開始研究賭場賭局時，都是物理系學生。其後數十年，其他學生和學者跟進研究，有些人針對賭場，有些人則以運動和賽馬為目標。這帶來了一個問題：科學家為什麼對投注那麼有興趣？

• • •

1979年1月，一群麻省理工學院大學部學生設立了課外課程，名稱是「必須賭一把時該怎麼賭²⁸」。這個課程是MIT四星期的獨立活動期（IAP）的一部分，鼓勵學生選新課和拓展興趣。在這個賭博課程中，參與者會學到索普的廿一點策略以及算牌方法，有些學生很快就想實際運用這些策略，先到大西洋城、再到賭城試試手氣。

這些學生雖然以索普的方法入手，但想成功就需要新方法。索普已經發現，單單一人算牌很難成功。玩家必須在牌數對自己有利時提高賭注，可能會被賭場保全發現。因此這些MIT學生採取團體行動²⁹。有些學生把風，責任是下最小賭注以及記牌。當牌數對自己有利，把風者會打暗號給「大玩家」，由他們負責下高額賭注。為了掩護他們，這個團隊利用賭場常見的刻板印象。女學生穿著低胸上衣，裝扮成傻傻的賭客，同時負責記牌。亞裔或中東背景的學生扮演有錢

的外國人，拿父母的錢一擲千金。

這個MIT團隊的成員雖然隨時間而改變，但持續征戰各賭場多年。這裡的生活跟麻州差別極大，沒有宿舍和波士頓的陰雨，只有酒店套房、晴朗的天空和大筆進帳。1995年美國國慶週末，這個團隊手氣超好，行程接近結束時，他們在游泳池邊碰面，其中一人背著上健身房的大背背，裝著將近100萬美元的現金。還有一次，一位團隊成員把裝著12萬5000美元現金的紙袋忘在MIT教室裡，他們回來時，紙袋已經不翼而飛。他們後來發現工友把它放在自己的置物櫃裡³⁰，但之後還接受FBI和美國緝毒局調查六個月後，才拿回這筆錢。

這個MIT的廿一點團隊成為賭博史上的傳奇。記者班·梅茲里（Ben Mezrich）把他們的故事寫成暢銷書《攻陷拉斯維加斯》（Bringing Down the House），後來還改編成電影《決勝21點》（21）。可惜的是對現代學生而言，MIT團隊的輝煌成就在許多方面已經成為昨日黃花。近幾年賭場引進多項反制措施，1980和1990年代的成功事蹟很難再度出現。事實上，根據專業賭客李查·孟希金（Richard Munchkin）表示，現在已經極少人專門以廿一點為目標。他說：「我知道單靠算牌為生的人非常少³¹，大概一隻手就可以數完。」

但博奕科學依然成為MIT的特色。2012年，MIT博士生馬威爾（Will Ma）³²為IAP設立新課程，這個課程的正式名稱是15.S50，但大家都知道它是MIT的撲克教學課。馬威爾在MIT攻讀作業研究，但在加拿大念大學時經常打撲克牌，而且贏了不少錢。他進入MIT後，很會打牌的名聲傳了出來，好幾個人開始問他關於撲克的問題，其中包括也對撲克牌很有興趣的系主任迪米特里斯·伯特希瑪斯（Dimitris Bertsimas）。伯特希瑪斯協助馬威爾設立課程，教授贏錢的理論和策

略。這是正式的MIT課程，只要及格就可取得學分。

這個課程吸引許多人注意。事實上，第一堂課來上課的人多到不得不換教室。馬威爾說：「這大概是IAP中最後歡迎的課程。」來上課的人涵括商學院大學部學生到數學博士。馬威爾的課也吸引了線上撲克社群注意。許多人誤以為學生會運用自己的專業製作撲克軟體。馬威爾說：「口耳相傳之後，這個課程有點被扭曲了。他們以為這個課程會製作一個龐大的撲克機器人系統，裡面包含許多MIT學生製作的機器人程式，贏走所有的錢。」

除了區隔自己跟機器人程式，馬威爾還必須留意避免這個撲克課程被誤解為大學開的課程。他說：「這個課程可能被視為賭博，但MIT教學生賭博不大好。」因此他用玩具鈔票來示範打牌策略。「我必須讓大家知道我不會真的賺走別人的錢。」

馬威爾沒有足夠時間介紹撲克的所有面向，所以他只探討獲利最多的主題。他說：「我想帶學員越過學習曲線中最陡的部分。」他說明玩家為什麼不應該害怕在牌局一開始就下注，以及因為不想蓋牌而玩更多局會有什麼危險。他說：「我想從真實生活來說明。」這個撲克課程中，還介紹出手要有信心和不讓失誤影響表現的重要性。學生學到如何觀察對手，以及管理在牌局中展現的形象。他們藉由這些課程，逐漸了解運氣和技巧真正的面貌。馬威爾說：「我覺得撲克可以清楚的告訴我們，我們經常會做出好的決定但沒有好的結果，或是做出不好的決定但有好的結果。」

• • •

其他學校也開始開設教授博奕科學的課程³³，包括加拿大的約克

大學和喬治亞州的艾默里大學等。學生可在這些課程中學習彩券、輪盤、洗牌和賽馬等。他們會學到統計學和策略、分析風險和權衡選擇等。不過他們可能跟馬威爾所說的一樣，不喜歡看到大學教投注。的確，很多人根本反對在任何地方教投注。

一個人說不贊成投注時，意思通常是不贊成博奕產業。這兩者雖然有關，但絕對不是同義詞。就算我們絕對不到賭場賭博，也從不走進投注站，生活中仍然處處可見投注，我們的工作和人際關係也充滿好運或壞運。面對不確定性時，我們必須處理隱藏資訊。有風險必定有報酬，樂觀和機率一定是相對的。

博奕科學不只對賭客有用。研究投注是探究運氣概念，因此也是精進科學技能的好方法。波爾頓和查普曼的賽馬預測論文，雖然形成規模高達數十億美元的投注產業，卻是波爾頓在這個主題上唯一的一篇論文，其他論文大多是各種訂價策略的效果，和企業如何管理客戶關係等與行銷有關的主題。波爾頓承認，賽馬論文在她的著作清單中似乎有點突兀，但這次早期賽馬場研究中採用的方法，包括發展模型和評估可能結果等，形塑了她的工作的其他部分。他說：「我一直保留這種思考世界的方式³⁴。」

波爾頓用來分析賽馬的機率理論，是史上最具價值的分析工具。它讓我們得以判定事件的可能程度，以及評估資訊的可靠程度。結果，機率理論成為現代科學研究中不可或缺的部分，從DNA定序到粒子物理學，都可看到它的蹤跡。然而，機率科學不是誕生在書房或課堂，而是在酒吧和遊戲室的紙牌和骰子上。對十八世紀數學家皮爾·賽門·拉普拉斯（Pierre Simon Laplace）而言，這個對比相當奇特。他說：「原本探討機率賽局的科學，後來竟然變成人類知識中最重要的部分，真的很了不起³⁵。」

從此以後，紙牌和賭場啟發了無數科學概念。我們知道輪盤讓龐卡赫提出混沌理論的初步概念，也讓皮爾森驗證新的統計學技巧。烏蘭的牌局促成了現在隨處可見，包括3D電腦繪圖和疾病大流行分析都採用的蒙地卡羅法。此外還有馮紐曼分析撲克時提出的賽局理論。

科學和投注之間的關係至今仍然十分密切。和以往一樣，這些概念的發展是雙向的：博奕激發新研究，科學發展又讓科學家更深入研究投注。研究人員用撲克研究人工智慧，創造出和人類一樣懂得虛張聲勢、學習和驚訝的機器人程式。這些冠軍機器人程式，每年開發出人類完全沒想過、或不敢嘗試的新策略。在此同時，高速演算法也可協助公司自動投注和交易，創造繁複的交互作用生態系統，開發新的研究方向。擁有更豐富的資料和更快的電腦之後，運動分析已經不只是預測比賽結果，而是分析個別球員扮演的角色，測定機率和技巧的影響。從撲克到投注交易，研究人員更深入了解人類的行為和決策，從而提出效果更好的投注策略。

• • •

科學化投注策略在大眾心目中的形象，是一種數學魔法。如果想變有錢，我們只需要簡單的公式或幾條基本規則。但跟魔法一樣，表現的簡單只是表象，背後需要大量準備和練習。

前面曾經提到過，各種賽局幾乎都可以破解，然而獲利鮮少來自幸運數字或「保證贏錢」系統。成功投注需要耐心和機敏。創造者必須拋開教條，順應自己的好奇心。可能是像哈維這樣的學生，好奇哪種彩券獲利最多，還買了好幾千張彩券，利用他發現的漏洞。也可能是像索普這樣的物理學家，勉力耙梳資料，找出獲勝賽馬的條件。又

或者是迪克森和柯爾斯這樣的統計學家，看到關於足球預測的考試題目，就開始思考可以如何改良這些方法。

從蒙地卡羅賭場到香港的賽馬場，必勝投注法的故事就是科學的故事。在這個充滿經驗法則和老生常談的領域，現在有了以實驗為基礎的理論。迷信當道的時代已經過去，逐漸被精確和研究取代。在廿一點和賽馬投注獲利極多的班特，無疑是促成這個轉變的功臣。他說：「一般拉斯維加斯賭客不大可能設計出一個系統³⁶。必須是具備學術知識和新技巧的圈外人，開始思考以往沒有人研究過的東西，才有可能成功。」

1 Hundreds of cameras cling:作者個人經驗。

2 casinos' definition of such cheating:關於監視的細節請參閱Hicks, Jesse. 'Not in My House: How Vegas Casinos Wage a War on Cheating'. The Verge, January 14, 2014. <http://www.theverge.com/2013/1/14/3857842/las-vegas-casino-security-versus-cheating-technology>.

3 Unlawful Internet Gambling Enforcement Act: Unlawful Internet Gambling Enforcement Act of 2006, 31 U.S.C. 5361-5366, §5362.

4 That included Lawrence DiCristina:關於迪克里斯提納案的細節摘自Weinstein, Jack. Memorandum, Order & Judgment, United States of America against Lawrence DiCristina. 11-CR-414. August 2012. <http://jurist.org/paperchase/103482098-U-S-vs-DiCristinaOpinion-08-21-2012.pdf>.

- 5 airport operator William McBoyle helped arrange: McBoyle v. U.S. 1930 10CIR 118, 43 F.2d 273.
- 6 The conviction was reversed:改寫自McBoyle v. U.S. 1930案判決，原始內容為：When a rule of conduct is laid down in words that evoke in the common mind only the picture of vehicles moving on land, the statute should not be extended to aircraft simply because it may seem to us that a similar policy applies, or upon the speculation that, if the legislature had thought of it, very likely broader words would have been used.
- 7 Rather, the state law meant: Brennan, John. ‘U.S. Supreme Court Declines to Take DiCristina Poker Case; Reminder of Challenge Faced by NJ Sports Betting Advocates’. NorthJersey.com, February 24, 2014. <http://blog.northjersey.com/meadowlandsmatters/7891/u-s-supreme-court-declines-to-take-dicristina-poker-case-reminder-of-challenge-faced-by-nj-sports-betting-advocates/>.
- 8 ‘There may be such a thing as habitual luck’: Ulam, S. M. *Adventures of a Mathematician* (Oakland: University of California Press, 1991).
- 9 ‘Chance favours the prepared mind’: Quoted in: Weiss, R. A. ‘HIV and the Naked Ape’. In *Serendipity: Fortune and the Prepared Mind*, ed. M. De Rond and I. Morley (Cambridge: Cambridge University Press, 2010). Originally said during a lecture at University of Lille, 1854.
- 10 Matthew Salganik and colleagues at Columbia University: Salganik, M. J., P. S. Dodds and D. J. Watts. ‘Experimental Study of Inequa

lity and Unpredictability in an Artificial Cultural Market'. *Science* 311 (2006): 854-856.

- 11 'Fame has much less to do...': Dodds, Peter Sheridan. 'Homo Narrativus and the Trouble with Fame'. *Nautilus*, September 5, 2013. <http://nautil.us/issue/5/fame/homo-narrativus-and-the-trouble-with-fame>.
- 12 'Consider a set of funds with no skill': Roulston, Mark, and David Hand. 'Blinded by Optimism' (working paper, Winton Capital Management, December 2013). <https://www.wintoncapital.com/assets/Documents/BlindedbyOptimism.pdf?1398870164>.
- 13 hockey analyst Brian King suggested a way: Charron, Cam. 'Analytics Mailbag: Save Percentages, PDO, and Repeatability'. *TheLeafs Nation.com*. May 27, 2014. <http://theleafsnation.com/2014/5/27/analytics-mailbag-save-percentages-pdo-and-repeatability>.
- 14 The statistic, later dubbed 'PDO':關於PDO和NHL統計資料的細節請參閱 Weissbock, Joshua, Herna Viktor and Diana Inkpen. 'Use of Performance Metrics to Forecast Success in the National Hockey League' (paper presented at the European Conference on Machine Learning and Principles and Practice of Knowledge Discovery in Databases, Prague, September 23-27, 2013).
- 15 England had the lowest PDO: Burn-Murdoch, John. 'Were England the Unluckiest Team in the World Cup Group Stages?' *FT Data Blog*. 29 June 2014. <http://blogs.ft.com/ftdata/2014/06/29/were-england-the-unluckiest-team-in-the-world-cup-group-stages/>.

- 16 Cambridge college spent on wine: ‘In Vino Veritas, Redux’. The Economist, February 5, 2014. <http://www.economist.com/blogs/freeexchange/2014/02/correlation-and-causation-0>.
- 17 topped the wine list with a spend of £338,559: Simons, John. ‘Wages Not Wine: Booze Hound Colleges Spend £3 million on Wine’. The Tab (Cambridge, England), January 22, 2014. <http://thetab.com/uk/cambridge/2014/01/22/booze-hound-colleges-spend-3-million-on-wine-32441>.
- 18 Countries that consume lots of chocolate: Messerli, F. H. ‘Chocolate Consumption, Cognitive Function, and Nobel Laureates’. New England Journal of Medicine 367 (2012): 1562-1564. doi:10.1056/NEJMon1211064.
- 19 When ice cream sales rise in New York City: Peters, Justin. ‘When Ice Cream Sales Rise, So Do Homicides. Coincidence, or Will Your Next Cone Murder You?’ Crime (blog), Slate, July 9, 2013. http://www.slate.com/blogs/crime/2013/07/09/warm_weather_homicide_rates_when_ice_cream_sales_rise_homicides_rise_coincidence.html.
- 20 編註：這個故事可參閱麥可·路易士（Michael Lewis）寫的《魔球》（Moneyball）一書，此書後來改編成同名電影。
- 21 When Manchester City won the league: Lewis, Tim. ‘How Computer Analysts Took Over at Britain’s Top Football Clubs’. The Observer, March 9, 2014. <http://www.theguardian.com/football/2014/mar/09/premier-league-football-clubs-computer-analysts-managers-data-winning>.

- 22 Roberto Martinez, manager of Everton football club:同上。
- 23 When Picasso worked his ‘Bull’ lithographs:關於《公牛》的細節請參閱Lavin, Irving. ‘Picasso’s Lithograph(s) “The Bull(s)” and the History of Art in Reverse’. Art Without History, 75th Annual Meeting, College Art Association of America, February 12-14, 1987.
- 24 Einstein once said of scientific models:摘自Sugihara, George. ‘On Early Warning Signs’. Seed Magazine, May 2013. http://seedmagazine.com/content/article/on_early_warning_signs/.
- 25 ‘The best material model of a cat’:通常認為出自韋納。引言摘自Rosenblueth, Arturo, and Norbert Wiener. ‘The Role of Models in Science’. Philosophy of Science 12, no. 4 (1945): 316-321.
- 26 a piece called ‘Europe from Moscow’: Chapin, R. M. ‘Europe from Moscow’. Time, March 1952.
- 27 When the pair bet together: Borel, Émile. ‘A Propos d’Un Traite de Probabilities. Revue Philosophique’. 1924. Quoted in Ellsberg, Daniel. Risk, Ambiguity, and Decision (New York: Garland Publishing, 2001).
- 28 ‘How to Gamble If You Must’:關於此課程的細節請參閱Bernstein, J. Physicists on Wall Street and Other Essays on Science and Society (New York: Springer, 2008).
- 29 The MIT students therefore worked:關於策略的細節請參閱Mezrich, Ben. Bringing Down the House: The Inside Story of Six MIT Students Who Took Vegas for Millions (New York: Simon and Schuster, 2003).

- 30 They later discovered the janitor:關於置物櫃的故事請參閱Ball, Janet. 'How a Team of Students Beat the Casinos'. BBC News Magazine, May 26, 2014. <http://www.bbc.com/news/magazine-27519748>.
- 31 'I know very few people': Author interview with Richard Munchkin, August 2013.
- 32 In 2012, PhD student Will Ma:細節及引言出自2014年9月作者與馬威爾的訪談內容。
- 33 Courses teaching the science of gambling:約克大學的課程為Bethune 1800: Mathematics of Gambling, taught in 200910, and the Emory course was MATH 190-000: Freshman Seminar: Math: Sports, Games & Gambling, taught in Fall 2012. Further details: <http://garsia.math.yorku.ca/~zabrocki/bethune1800fw0910/> and <http://college.emory>.
- 34 'That way of thinking about the world': Author interview with Ruth Bolton, February 2014.
- 35 'It is remarkable that a science':許多人引用這句話，但原始出處為Laplace, P. S. *Théorie Analytique des Probabilités* (Paris: Courcier, 1812).
- 36 'It wasn't as though streetwise Las Vegas gamblers': Author interview with Bill Benter, July 2013.

致謝 Acknowledgements

首先我要感謝經紀人Peter Tallack。這三年來，他從提案到出版給予我的建議價值連城。此外我還想感謝Basic Books出版社編輯TJ Kelleher和Quynh Do，以及Profile的Nick Sheerin，他在我身上賭了一把，同時協助我把科學化成故事。

我的父母親經常討論我的文字並提供寶貴建議，我永遠感謝他們。另外也謝謝Clare Fraser、Rachel Humby和Graham Wheeler對初稿提供許多重要的評語。當然還要感謝Emily Conway經常提供寶貴意見和好喝的葡萄酒。

最後我要感謝投注心力、為人類貢獻見解和經驗的諸位：班特、波爾頓、貝奇、柯爾斯、艾斯提瓦、法爾馬、哈斯蒂、約翰森、肯特、馬威爾、馬祖爾、孟希金、普茲、桑德霍姆、薛佛、史摩爾和王爾德。他們憑藉科學的好奇心，塑造了整個產業。這些產業的未來發展非常值得期待。

INSIDE 9

勝算 賭的科學與決策智慧

The Perfect Bet

How Science and Math Are Taking the Luck Out of Gambling

作 者 亞當．庫查斯基 (Adam Kucharski)

譯 者 甘錫安

責任編輯 林慧雯

封面設計 萬勝安

編輯出版 行 路

總 編 輯 林慧雯

副總編輯 賴譽夫

社 長 郭重興

發行人兼出版總監 曾大福

發 行 遠足文化事業股份有限公司 代表號：(02) 2218-1417

23141新北市新店區民權路108之4號8樓

客服專線：0800-221-029 傳真：(02) 8667-1065

郵政劃撥帳號：19504465 戶名：遠足文化事業股份有限公司

歡迎團體訂購，另有優惠，請洽業務部 (02) 2218-1417分機1124、1135

法律顧問 華洋法律事務所 蘇文生律師

印 製 韋懋實業有限公司

初版一刷 2018年10月

定 價 400元

有著作權．翻印必究 缺頁或破損請寄回更換

The Perfect Bet: How Science and Math Are

Taking the Luck Out of Gambling by Adam Kucharski

Copyright © 2016 by Adam Kucharski

This edition arranged with The Science Factory Limited through Big Apple Agency, Inc., Labuan,

Malaysia.

Traditional Chinese edition copyright:
2018 by Walk Publishing,
a division of Walkers Cultural Co., Ltd..
All rights reversed.